

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ3Γ(ε)

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
/ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 22 Απριλίου 2017

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και c σταθερός πραγματικός αριθμός. Να αποδείξετε ότι $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A ονομάζεται συνεχής στο A ;

Μονάδες 4

A3. Πότε δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Η διακύμανση ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο διασποράς που εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης με τις οποίες εκφράζονται και οι παρατηρήσεις του δείγματος.

β) Όταν η κατανομή για το χαρακτηριστικό που εξετάζουμε είναι κανονική ή περίπου κανονική τότε στο διάστημα $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ βρίσκεται το 68% των παρατηρήσεων.

γ) Όλες οι συναρτήσεις έχουν παράγωγο σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού τους.

δ) Αν $P(A)$ είναι η πιθανότητα ενός ενδεχομένου $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} \neq \emptyset$, τότε

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$$

ε) Η διακύμανση ή διασπορά των παρατηρήσεων $t_1, t_2, \dots, t_v$ μιας μεταβλητής

$$X, \text{ ορίζεται από τη σχέση } s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v (t_i - \bar{x})^2$$

Μονάδες 10

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ3Γ(ε)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$, $x > 0$.

B1. Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$, $x > 0$.

Μονάδες 5

B2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$.

Μονάδες 6

B3. Να εξετάσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση f για $x > 0$.

Μονάδες 8

B4. Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{f'(x)}{x} + \frac{f''(x)}{2} + x$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Σε ένα επιτραπέζιο παιχνίδι κάθε παίχτης επιλέγει μόνο μια κάρτα η οποία περιέχει θετικές ή αρνητικές βαθμολογίες και αναγράφει το βαθμό της. Την πρώτη μέρα συμμετείχαν έξι παίκτες των οποίων οι βαθμολογίες ήταν:

Δείγμα Α:

-3, -5, 3, 1, -3, -5

Τη δεύτερη μέρα συμμετείχαν είκοσι παίκτες των οποίων οι βαθμολογίες συγκεντρώθηκαν στο παρακάτω πίνακα

Δείγμα Β

Βαθμοί x_i	Πλήθος παικτών v_i	Σχετική συχνότητα f_i
2	v_1	$f_1 = 0,4$
4	v_2	f_2
6	v_3	f_3
8	v_4	f_4
Σύνολο	v	

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ3Γ(ε)

Ισχύει ότι $v_2 = \frac{3}{4} \cdot R_A$, $v_3 = \bar{x}_A^2$ όπου R_A το εύρος και $\bar{x}_A$ η μέση τιμή των βαθμών του δείγματος A.

Γ1. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}_A$, τη διάμεσο δ_A και το εύρος R_A των βαθμών του δείγματος A.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε τις συχνότητες v_1, v_2, v_3, v_4 του δείγματος B (**μονάδες 4**). Στη συνέχεια να αντιγράψετε στο τετράδιο σας συμπληρωμένο τον πίνακα συχνοτήτων του δείγματος B (**μονάδες 3**).

Μονάδες 7

Γ3. Να βρείτε:

i) τη μέση τιμή $\bar{x}_B$ του δείγματος B.

Μονάδες 4

ii) τη διάμεσο δ_B του δείγματος B.

Μονάδες 3

iii) να εξετάσετε αν το δείγμα B είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ο οποίος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα. Για δύο ενδεχόμενα A, B του δειγματικού χώρου Ω ισχύουν:

- Η πιθανότητα να πραγματοποιείται το A και όχι το B ισούται με το μισό της πιθανότητας να πραγματοποιούνται συγχρόνως τα A, B.
- Η πιθανότητα να πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα από τα A, B ισούται με $\frac{1}{2}$.
- Η πιθανότητα να πραγματοποιείται το B είναι διπλάσια της πιθανότητας να πραγματοποιείται το A.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $P(A) = \frac{3}{14}$, $P(B) = \frac{3}{7}$.

Μονάδες 8

Δ2. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

i) $P\left[(A \cup B)'\right]$

Μονάδες 4

ii) $P(B \cap A')$

Μονάδες 4

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ3Γ(ε)

iii) Να πραγματοποιείται το πολύ ένα από τα Α, Β.

Μονάδες 4

Δ3. Έστω μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$f(N(A)), f(N(A \cap B)), f(N(A \cup B)), f(N(B))$$

Οπού $N(A)$, $N(B)$, $N(A \cap B)$, $N(A \cup B)$ το πλήθος των στοιχείων των αντίστοιχων ενδεχομένων του δειγματικού χώρου Ω .

Μονάδες 5