ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ – ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

Ημερομηνία: Τετάρτη 7 Ιανουαρίου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ

Α2. α

Α3. β

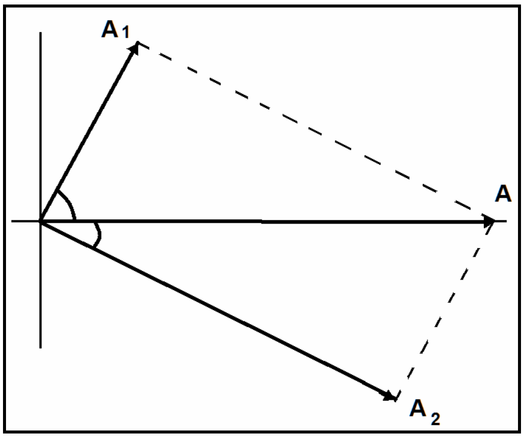
Α4. β

Α5. **α.** Λ
β. Λ
γ. Λ
δ. Λ
ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

i. Σωστή απάντηση η **β**.



Η συνισταμένη ταλάντωση έχει πλάτος:

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}}\Rightarrow$$
$$A^2=A_1^2+A_2^2$$
$$\text{Αρα}\quad \frac{1}{2}DA^2=\frac{1}{2}DA_1^2+\frac{1}{2}DA_2^2\Rightarrow E=E_1+E_2$$

ii. <u>Σωστή απάντηση η **β**.</u>

$$\varepsilon\varphi 30^o=\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{A_1}{A_2}\Rightarrow\frac{A_2}{A_1}=\sqrt{3}$$

Β2. <u>Σωστή απάντηση η **β**.</u>

Αρχικά $f_\delta=f_o/2$. Όταν αντικατασταθεί το σώμα, θα ισχύει

$$\omega_o'=\sqrt{\frac{k}{4m}}=\frac{\omega_o}{2}\Rightarrow f_o'=\frac{f_o}{2}$$
$$\Rightarrow f_o'=f_\delta$$

Άρα το σύστημα θα βρεθεί σε συντονισμό.

Β3. <u>Σωστή απάντηση η **β**.</u>

α. Λάθος, διότι το σημείο 0 έχει την χρονική στιγμή t, φάση φ_0=48π rad
β. Σωστό, διότι:

$$\varphi_o=48\pi\,rad\Rightarrow N\cdot 2\pi=48\pi\Rightarrow$$
$$N=24\ \text{πλήρεις ταλαντώσεις}$$

και το κύμα οδεύει προς τα αρνητικά.
γ. Λάθος, διότι το κύμα δεν οδεύει προς τα θετικά.

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ.1. Από την εξίσωση του φελλού ω=8π rad/s άρα

$$k=m\cdot\omega^2=0,5\cdot(8\pi)^2\Rightarrow k=320N/m$$

Γ2. $$\upsilon_{max}=\omega\cdot A=8\pi\cdot 0,8\cdot 10^{-2}\,m/s\Rightarrow\upsilon_{max}=64\pi\cdot 10^{-3}\,m/s$$

Γ3.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = 4\text{Hz}$$

$$\upsilon_\delta = \lambda f \Rightarrow \lambda = 0{,}15\text{m}$$

Η εξίσωση κύματος σε μια διεύθυνση διάδοσης είναι:

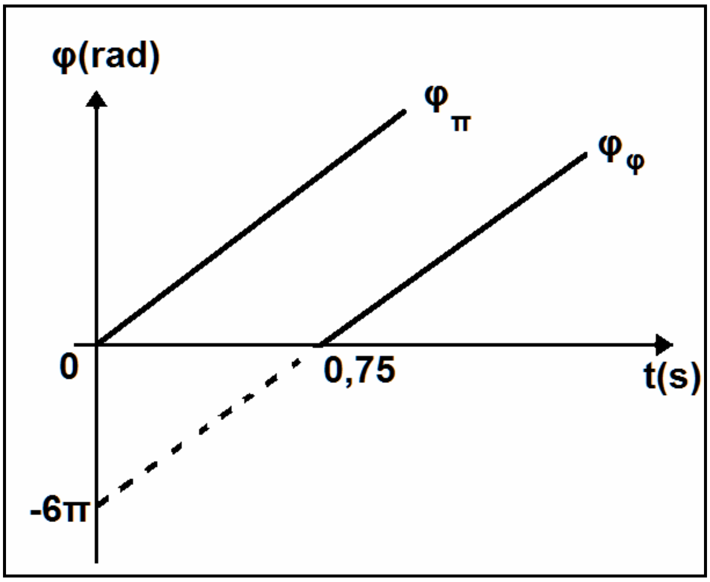
$$y = 0{,}8 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi\left(4t - \frac{x}{0{,}15}\right)(\text{S.I.})$$

Για την πηγή $\varphi_\pi(t) = 2\pi(4t - 0) \Rightarrow \varphi_\pi(t) = 8\pi t\ (\text{S.I.})$

Για τον φελλό:

$$3 = \frac{x}{\lambda} \Rightarrow x = 3 \cdot 15\,\text{cm} \Rightarrow x = 45\,\text{cm} \Rightarrow x = 0{,}45\,\text{m}$$

Αρα $\varphi_\varphi(t) = 2\pi\left(4t - \dfrac{0{,}45}{0{,}15}\right) \Rightarrow \varphi_\varphi(t) = 2\pi(4t - 3)\ (\text{S.I.})$



Γ4.

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{|x_1 - x_2|}{2\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right)$$

$$y = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{|x_1 - x_2|}{2 \cdot 0{,}15}\eta\mu 2\pi\left(4t - \frac{x_1 + x_2}{2 \cdot 0{,}15}\right)$$

$$\Rightarrow y(x,t) = \left[1{,}6 \cdot 10^{-2}\sigma\upsilon\nu\frac{20\pi|x_1 - x_2|}{3}\right]\eta\mu 2\pi\left(4t - \frac{x_1 + x_2}{0{,}3}\right)(\text{S.I.})$$

$$\upsilon_{\varphi\varepsilon\lambda} = \omega \cdot 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{|x_1 - x_2|}{2\lambda}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{|x_1 + x_2|}{2\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$\upsilon_{\varphi\varepsilon\lambda} = 8\pi \cdot 1,6 \cdot 10^{-2}\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{0,9 - 0,45}{2 \cdot 0,15}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(4t - \frac{0,9 + 0,45}{2 \cdot 0,15}\right) \Rightarrow$$

$$\upsilon_{\varphi\varepsilon\lambda} = -0,128\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(4t - 4,5\right)(\text{S.I.})$$

ΘΕΜΑ Δ

- Για την ταλάντωση του Μ έχουμε $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 4\text{rad/s}$.

Δ1. Από την Α.Δ.Ε$_{ΤΑΛ}$ στη θέση $x = +\frac{A}{2}$, έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}K\frac{A^2}{4} + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow m\upsilon^2 = \frac{3KA^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon = \frac{A\sqrt{3K}}{2\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3 \cdot 64}}{2\sqrt{4}} = \frac{3 \cdot 8}{4} = 6\text{m/s}$$

Επομένως

$$\frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma W}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon = -D \cdot x \cdot \upsilon = -64\frac{N}{m} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}m \cdot 6\frac{m}{s} = -192\sqrt{3}\text{J/s}$$

- Μετά την έκρηξη έχουμε $m_1 = \frac{M}{4} = 1\text{Kg}$ το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $\omega' = \sqrt{\frac{K}{m_1}} = 8\text{rad/s}$.

- Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο υπολογίζουμε την ταχύτητα του m_1 μετά την έκρηξη. Έτσι:

$$\vec{p}_{\text{ολ}^{\text{ΑΡΧ}}} = \vec{p}_{\text{ολ}^{\text{ΤΕΛ}}} \Rightarrow M \cdot \upsilon = m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 0$$

Δ2. Για το σώμα m_1 την t=0 έχουμε $\upsilon_1 = 0$ και $x = +\frac{A}{2} = +\frac{\sqrt{3}}{2}m$.

Επομένως $A' = \frac{\sqrt{3}}{2}m$ και $\varphi_o = \frac{\pi}{2}\text{rad}$. Η εξίσωση της ταχύτητας του m_1 είναι $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega' t + \varphi_0) = 4\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(8t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{S.I.})$.

Δ3. Η επιτάχυνση του σώματος m_1 γίνεται για τρίτη φορά ίση με μηδέν όταν διέρχεται από την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \upsilon_{max} = 4\sqrt{3} m/s$.

Με εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$K_{\Theta.I.} - K_{APX} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_{max}^2 - 0 = W_{\Sigma F} \Rightarrow W_{F_{E\Pi AN}} = 24J.$$

Δ4. Από την Α.Δ.Ε$_{ΤΑΛ}$ για το σημείο Λ, έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow E = 3U + U \Rightarrow \frac{1}{2}KA'^2 = 4\cdot\frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{2}.$$

Όμως από την άσκηση μας δίνεται ότι έχει αρνητική απομάκρυνση και απομακρύνεται από την Θ.Ι. Επομένως $x = -\frac{A'}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4} m$ και έχει ταχύτητα $\upsilon' = \omega'\cdot\sqrt{A'^2 - x^2} = -8\sqrt{\frac{3}{4} - \frac{3}{16}} = -8\sqrt{\frac{9}{16}} = -8\cdot\frac{3}{4} = -6m/s$.

Βρίσκουμε ποιες χρονικές στιγμές διέρχεται από το Λ.

$$x = A'\eta\mu\left(\omega' t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \frac{A'}{2} = A'\eta\mu\left(\omega' t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow -\frac{1}{2} = \eta\mu\left(\omega' t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \eta\mu\left(\omega' t + \frac{\pi}{2}\right) = \eta\mu\frac{7\pi}{6}$$

- $$\omega' t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \omega' t = 2\kappa\pi + \frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega' t = 2\kappa\pi + \frac{4\pi}{6}$$
  $$\Rightarrow t = \frac{2\kappa\pi}{8} + \frac{4\pi}{48}$$

και

- $$\omega' t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \pi - \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \omega' t = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega' t = 2\kappa\pi - \frac{4\pi}{6}$$
  $$\Rightarrow t = \frac{2\kappa\pi}{8} - \frac{4\pi}{48}$$

Βρίσκουμε ποιες χρονικές στιγμές διέρχεται από τη Θ.Ι:

$$x = A'\eta\mu\left(\omega' t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 0 = A'\eta\mu\left(\omega' t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \eta\mu 0 \Rightarrow$$

- $$\omega' t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi \Rightarrow \omega' t = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{2\kappa\pi}{8} - \frac{\pi}{16} \Rightarrow t = \frac{2\kappa\pi}{8} - \frac{3\pi}{48}$$

και

- $$\omega' t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \pi \Rightarrow \omega' t = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}$$
  $$\Rightarrow t = \frac{2\kappa\pi}{8} + \frac{\pi}{16} \Rightarrow t = \frac{2\kappa\pi}{8} + \frac{3\pi}{48}$$

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα για τη μετάβαση του σώματος m_1, από το σημείο Λ στη Θ.Ι είναι $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{9\pi}{48} - \frac{8\pi}{48} = \frac{\pi}{48} s$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Το ερώτημα μπορεί να λυθεί και με το περιστρεφόμενο διάνυσμα πιο εύκολα. Πολλοί όμως μαθητές ίσως να μην είναι εξοικειωμένοι με αυτόν τον τρόπο λύσης κυρίως λόγω του σχολείου.