



## Γ' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

- A.** Αν  $A, B$  είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , να δείξετε ότι  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ .

*Μονάδες 9*

- B.** **α.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

*Μονάδες 3*

- β.** Τι ονομάζεται δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ;

*Μονάδες 3*

- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α.** Για κάθε  $x > 0$  ισχύει  $(\sqrt{x})' = \frac{\sqrt{x}}{2x}$ .

*Μονάδες 2*

- β.** Όταν ένα δείγμα τιμών ακολουθεί ασύμμετρη κατανομή με θετική ασυμμετρία τότε ισχύει  $\delta > \bar{x}$ .

*Μονάδες 2*

- γ.** Η μέση τιμή που βρίσκουμε σε ομαδοποιημένα δεδομένα είναι πάντα ίδια με αυτήν που είχαμε πριν την ομαδοποίηση.

*Μονάδες 2*

- δ.** Μία συνάρτηση  $f$  ορισμένη σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της λέγεται γνησίως φθίνουσα όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) > f(x_2)$ .

*Μονάδες 2*

- ε.** Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Αν  $P(A) \leq P(B)$  τότε κατ' ανάγκη ισχύει  $A \subseteq B$ .

*Μονάδες 2*

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Την 29<sup>η</sup> Μαρτίου στις 4 π.μ. οι θερμοκρασίες 20 πόλεων σε βαθμούς Κελσίου, ομαδοποιήθηκαν σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους και δίνονται στον παρακάτω πίνακα :

| Κλάσεις σε<br>βαθμούς<br>°C | $v_i$ |
|-----------------------------|-------|
| [0,2)                       | 2     |
| [2,4)                       | 4     |
| [4,6)                       | 6     |
| [6,8)                       | 8     |

- α) Να βρεθεί η μέση θερμοκρασία των πόλεων σε βαθμούς °C.

*Μονάδες 6*

- β) Να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % και να εκτιμηθεί η διάμεσος της θερμοκρασίας.

*Μονάδες 7*

- γ) Να υπολογίσετε την διακύμανση και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές

*Μονάδες 6*

- δ) Να βρεθεί τα ποσοστό των πόλεων με θερμοκρασία από 3 έως και 7 βαθμούς °C.

*Μονάδες 6*

$$\Deltaίνεται \quad s^2 = \frac{1}{v} \left[ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right]$$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Έστω δειγματικός χώρος  $\Omega$  με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα όπου  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, \dots, 25\}$  και η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - \kappa x + 9$ ,  $\kappa \in \Omega$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Επιλέγουμε τα παρακάτω ενδεχόμενα:

$$A = \{ \kappa \in \Omega / \kappa \text{ πολλαπλάσιο του } 3 \}$$

$$B = \{ \kappa \in \Omega / \eta \text{ } f \text{ δεν έχει πραγματικές ρίζες} \}$$

$$\Gamma = \{ \kappa \in \Omega / \text{το όριο } \lim_{x \rightarrow \kappa} \frac{x^2 - \kappa x}{\sqrt{x} - \sqrt{\kappa}} \leq 16\sqrt{\kappa} \}$$

α) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα A, B, Γ.

Μονάδες 6

β) Να βρεθούν οι πιθανότητες  $P(A)$  και  $P(\Gamma)$ .

Μονάδες 6

γ) Να δείξετε ότι  $P(B) = \frac{1}{5}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{25}$ .

Μονάδες 6

δ) Να υπολογιστούν οι πιθανότητες  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cup B')$ ,  $P(B - A')$ .

Μονάδες 7

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνονται τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  που αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{P(A \cup B)}{2[P(A) + P(B)]} \cdot x^2 + \frac{P(B - A)}{P(A) + P(B)}, \quad x \in \mathbb{R}$$

για την οποία είναι γνωστό ότι η εφαπτομένη της γραφικής της παράστασης στο σημείο  $K(1, f(1))$  είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = x + 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα.

Μονάδες 7

β) Αν  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$  και η γραφική παράσταση  $C_f$  της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο  $\Lambda\left(0, \frac{1}{3}\right)$  να υπολογιστούν  $P(A)$  και  $P(B)$ .

Μονάδες 6

γ) Αν  $P(A) = \frac{1}{2}$  και  $P(B) = \frac{1}{4}$  να υπολογίσετε τα ακρότατα της συνάρτησης  $g(x) = 6f(x) - 12x + 2019$ .

Μονάδες 6

δ) Αν (ε) η εφαπτομένη της  $C_f$  στο σημείο  $K(1, f(1))$  και  $M_1(x_1, y_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2), \dots, M_{10}(x_{10}, y_{10})$  10 σημεία της (ε) που οι τετμημένες  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  έχουν μέση τιμή  $-\frac{59}{6}$  και τυπική απόκλιση  $S_x = 2$  να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής των τεταγμένων τους.

Μονάδες 6