



**Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΠΙΛΟΓΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

Θέμα 1^ο

A1. Τι ονομάζεται εύρος ή κύμανση R ενός δείγματος παρατηρήσεων και τι μειονέκτημα παρουσιάζει;

Μονάδες 3

A2. Έστω $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ ο δειγματικός χώρος με πεπερασμένο πλήθος στοιχείων. Να δώσετε τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας του απλού ενδεχομένου $\{\omega_i\}$.

Μονάδες 4

A3. Αν η $f(x) = x^2$ παραγωγίσιμη συνάρτηση, να δείξετε ότι η παράγωγός της είναι $f'(x) = 2x$.

Μονάδες 8

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα το οποίο αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

α. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της τότε ισχύει $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) + f(x_0)}{h}$.

Μονάδες 2

β. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ θα είναι $f'(x_0)$ δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της $f(x)$ ως προς x όταν $x = x_0$.

Μονάδες 2

γ. Αν η πραγματοποίηση ενός ενδεχομένου A συνεπάγεται την πραγματοποίηση του ενδεχομένου B τότε $A \subseteq B$.

Μονάδες 2

δ. Πάντοτε ένα μεγαλύτερο δείγμα δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα μικρότερο δείγμα.

Μονάδες 2

ε. Ο δειγματικός χώρος κάθε πειράματος τύχης αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.

Μονάδες 2

Θέμα 2^ο

Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+2} - 2}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 6

β. Να βρείτε το σημείο $M(x, f(x))$ στο οποίο η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$.

Μονάδες 5

γ. Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$

Μονάδες 6

δ. Έστω x_i , $i = 1, 2, 3, 4$ οι τιμές μιας μεταβλητής x , ενός δείγματος μεγέθους $n=40$. Αν $\kappa = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ να συμπληρωθεί ο πίνακας:

X_i	v_i	f_i	N_i	F_i
1	4			
2	κ			
3				
4		0,2		
Σύνολο		1		

Μονάδες 8

Θέμα 3^ο

«Σε μια εταιρία εργάζονται συνολικά 100 υπάλληλοι στο διοικητικό ή στο τεχνικό τμήμα. Από αυτούς οι 60 είναι άνδρες, 40 άτομα εργάζονται στο διοικητικό τμήμα ενώ 10 γυναίκες εργάζονται στο τεχνικό τμήμα. Η μέση ηλικία τόσο των ανδρών όσο και των γυναικών είναι 40 χρόνια.»

α. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο που εργάζεται στην εταιρεία. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «Το άτομο είναι άνδρας που εργάζεται στο τεχνικό τμήμα»

B: «Το άτομο είναι άνδρας ή εργάζεται στο διοικητικό τμήμα»

Μονάδες 7

β. Κάποιοι υπάλληλοι αποχώρησαν από την εταιρεία η οποία κάλυψε το κενό τους προσλαμβάνοντας για κάθε άτομο που αποχώρησε, ένα νεότερο κατά 4 χρόνια. Αν η νέα μέση ηλικία των υπαλλήλων της εταιρείας είναι 39,6 χρόνια, να βρείτε πόσοι υπάλληλοι αποχώρησαν.

Μονάδες 6

- γ. Αν είναι γνωστό ότι η κατανομή των 100 αρχικών ηλικιών είναι περίπου κανονική και το 2,5% των υπαλλήλων έχει ηλικία το πολύ 26 χρόνια, να βρείτε πόσοι υπάλληλοι της εταιρείας έχουν ηλικία μικρότερη από 33 χρόνια.

Μονάδες 6

- δ. Αν ισχύει $100 \sum_{i=1}^K v_i x_i^2 - (\sum_{i=1}^K v_i x_i)^2 = 250000$ μετά την πρόσληψη των νεότερων ατόμων και η κατανομή των ηλικιών εξακολουθεί να είναι κανονική, να βρείτε κατά προσέγγιση το εύρος της κατανομής των ηλικιών των υπαλλήλων της εταιρείας.

$$\text{Δίνεται } S^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^K v_i x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^K v_i x_i)^2}{v} \right].$$

Μονάδες 6

Θέμα 4^ο

«Έστω πείραμα τύχης με δειγματικό χώρο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ και m η ελάχιστη τιμή της μέσης τιμής των αριθμών $x, 5e^x, x+4, -7x, 1$ ($x \in \mathbb{R}$). Επιλέγουμε τυχαίο $\kappa \in \Omega$ και σχηματίζουμε τη συνάρτηση $g(x) = mx^2 - \kappa^2 x + 3$ ($x \in \mathbb{R}$)»

- A. Να δείξετε ότι $m=2$.

Μονάδες 9

- B. Θεωρούμε το ενδεχόμενο $E = \{ \kappa \in \Omega / \text{«η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης } g \text{ στο σημείο της } A(1, g(1)) \text{ δεν είναι παράλληλη στον άξονα } x'x \}$. Να βρεθεί η πιθανότητα του ενδεχομένου E.

Μονάδες 8

- Γ. Αν A, B ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω με $A \subseteq B$, $A \neq B$, να δειχτεί ότι $h(x) = \frac{3 - 2 \cdot P(A \cap B)}{12} x^3 + \frac{P(A)}{2} x^2 + x + 2008$, $x \in \mathbb{R}$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 8