

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

1. β, 2. γ, 3. α, 4. γ, 5. β
6. αΛ, βΛ, γΣ, δΣ, εΣ

ΘΕΜΑ 2ο

1. Σωστή είναι η πρόταση (γ).

Ισχύει:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} (mr)^2 \cdot \left(\frac{v}{r}\right)^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} mv^2$$

2. α. Αν μετά την κρούση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούνται με ταχύτητες $\vec{v}'_1$ και $\vec{v}'_2$, αντίστοιχα, τότε πρέπει να ισχύουν οι σχέσεις:

$$\vec{v}'_1 = \vec{v}_2 \quad (1) \quad \text{και} \quad \vec{v}'_2 = \vec{v}_1 \quad (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής, έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετα)} \quad \text{ή} \quad m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 \quad \text{ή, λόγω των (1) και (2),}$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_2 + m_2 \vec{v}_1 \quad \text{ή} \quad m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = m_2 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \quad \text{ή, επειδή } \vec{v}_1 \neq \vec{v}_2,$$

$$m_1 = m_2 \quad (3)$$

- β. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων πριν από την κρούση είναι:

$$K_{ολ(πριν)} = K_1 + K_2 \quad \text{ή} \quad K_{ολ(πριν)} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \text{ή, λόγω της (3),}$$

$$K_{ολ(πριν)} = \frac{1}{2} m_1 (v_1^2 + v_2^2) \quad (4)$$

Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση είναι:

$$K_{ολ(μετα)} = K'_1 + K'_2 \quad \text{ή} \quad K_{ολ(μετα)} = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \quad \text{ή, λόγω των (1) και (2),}$$

$$K_{ολ(μετα)} = \frac{1}{2} m_1 v_2^2 + \frac{1}{2} m_2 v_1^2 \quad \text{ή, λόγω της (3),}$$

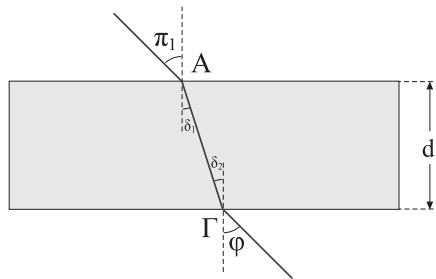
$$K_{ολ(μετα)} = \frac{1}{2} m (v_1^2 + v_2^2) \quad (5)$$

Από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει ότι:

$$K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετα)}$$

Άρα, η κρούση είναι ελαστική.

3.



α. Κατά τη διάθλαση στο σημείο Α έχουμε:

$$\frac{\eta\mu\pi_1}{\eta\mu\delta_1} = n \quad \text{ή} \quad \eta\mu\delta_1 = \frac{\eta\mu\pi_1}{n} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\delta_1 = \frac{\eta\mu 45^\circ}{n} \quad \text{ή, επειδή } \delta_1 = \delta_2,$$

$$\eta\mu\delta_2 = \frac{\eta\mu 45^\circ}{n} \quad (1)$$

Κατά τη διάθλαση στο σημείο Γ, η κρίσιμη γωνία είναι:

$$\eta\mu\theta_{cr} = \frac{1}{n} \quad (2)$$

Επειδή είναι $\eta\mu 45^\circ < 1$, από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\eta\mu\delta_2 < \eta\mu\theta_{cr} \quad \text{ή} \quad \delta_2 < \theta_{cr}$$

Άρα, η ακτίνα θα εξέλθει από την πλάκα χωρίς να υποστεί εσωτερική ανάκλαση.

β. Ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{\eta\mu\pi_1}{\eta\mu\delta_1} = n, \quad \frac{\eta\mu\varphi}{\eta\mu\delta_2} = n \quad \text{και} \quad \delta_1 = \delta_2$$

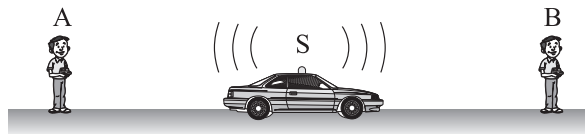
Άρα, έχουμε:

$$\eta\mu\varphi = \eta\mu\pi_1 \quad \text{ή} \quad \varphi = \pi_1$$

Επομένως, η προσπίπτουσα και η εξερχόμενη ακτίνα είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 3ο

- α. Έστω f_S η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η σειρήνα του περιπολικού και f_B η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής B . Επειδή ο παρατηρητής B ακούει ήχο βαρύτερο από αυτόν που ακούει ο παρατηρητής A , θα είναι $f_A > f_B$. Αυτό σημαίνει ότι η απόσταση μεταξύ της πηγής και παρατηρητή A μειώνεται ($f_A > f_S$), ενώ η απόσταση μεταξύ της πηγής και παρατηρητή B αυξάνεται ($f_B < f_S$). Άρα, **το περιπολικό κινείται προς τον παρατηρητή A .**



- β. Αν το περιπολικό ήταν ακίνητο (ακίνητη πηγή), οι ακίνητοι παρατηρητές A και B θα άκουγαν τη συχνότητα f_S του ήχου της πηγής, δηλαδή:

$$f'_A = f'_B = f_S$$

Η συχνότητα f_A του ήχου που ακούει ο παρατηρητής A δίνεται από τη σχέση:

$$f_A = \frac{v}{v - v_S} f_S \quad \text{ή} \quad f_S = \frac{v - v_S}{v} f_A \quad \text{ή} \quad f_S = 400 \text{ Hz}$$

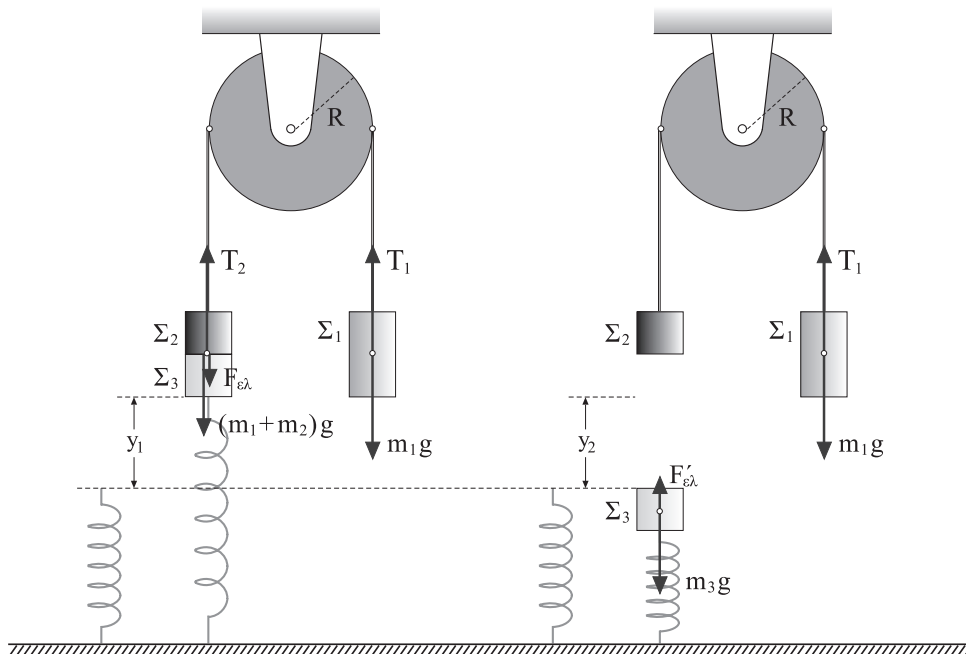
Άρα, είναι:

$$f'_A = f'_B = 400 \text{ Hz}$$

- γ. Επειδή το περιπολικό (η πηγή) απομακρύνεται από τον ακίνητο παρατηρητή B , η συχνότητα του ήχου που ακούει είναι:

$$f_B = \frac{v}{v + v_S} f_S \quad \text{ή} \quad f_B = 377,8 \text{ Hz}$$

ΘΕΜΑ 4ο



α. Από την ισορροπία του σώματος έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad w_1 = T_1 \quad \text{ή} \quad T_1 = m_1 g \quad \text{ή} \quad T_1 = 40 \text{ N}$$

Από την ισορροπία του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad T_2 = w_2 + w_3 + F_{ελ} \quad \text{ή, επειδή } T_1 = T_2, \quad T_1 = w_2 + w_3 + Ky_1 \quad \text{ή}$$

$$y_1 = \frac{T - w_2 - w_3}{K} \quad \text{ή} \quad y_1 = 0,1 \text{ m}$$

Έστω y_2 η συσπείρωση του ελατηρίου, όταν το σώμα Σ_3 μόνο του ισορροπεί. Ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad w_3 = Ky_2 \quad \text{ή} \quad m_3 g = Ky_2 \quad \text{ή} \quad y_2 = \frac{m_3 g}{K} \quad \text{ή} \quad y_2 = 0,1 \text{ m}$$

Άρα, το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3 είναι:

$$A = y_1 + y_2 \quad \text{ή} \quad A = 0,2 \text{ m}$$

Έστω φ_0 η αρχική φάση της ταλάντωσης του συστήματος. Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$y = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$$

Θέτοντας $t = 0$ και $y = A$, παίρνουμε:

$$A = A\eta\mu\varphi_0 \quad \text{ή} \quad \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{2} \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{K}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{100}} \quad \text{ή} \quad T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

Άρα, η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$y = 0,2\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{ή} \quad y = 0,2\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{ή} \quad y = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

β. Έστω a_{cm} το μέτρο της επιτάχυνσης των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 και $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας:

$$\text{για το } \Sigma_1: \quad w_1 - T'_1 = m_1 a_{cm} \quad \text{ή} \quad T'_1 = w_1 - m_1 a_{cm}$$

$$\text{για το } \Sigma_2: \quad T'_2 - w_2 = m_2 a_{cm} \quad \text{ή} \quad T'_2 = w_2 + m_2 a_{cm}$$

$$\text{για την τροχαλία: } RT'_1 - RT'_2 = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \text{ή}$$

$$R(w_1 - m_1 a_{cm}) - R(w_2 + m_2 a_{cm}) = \frac{1}{2} m R^2 \frac{a_{cm}}{R} \quad \text{ή}$$

$$m_1 g - m_1 a_{cm} - m_2 g - m_2 a_{cm} = \frac{m a_{cm}}{2} \quad \text{ή} \quad a_{cm} = \frac{2(m_1 - m_2)g}{2m_1 + 2m_2 + m} \quad \text{ή}$$

$$m_1 g - m_2 g = m_1 a_{cm} - m_2 a_{cm} + \frac{m a_{cm}}{2} \quad \text{ή} \quad a_{cm} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Είναι:

$$a_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R \quad \text{ή} \quad \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{R} \quad \text{ή} \quad \alpha_{\gamma\omega\nu} = 12,5 \text{ rad/s}^2$$

Άρα:

$$w = \alpha_{\gamma\omega\nu} t \quad \text{ή, επειδή } t = \frac{T}{4}, \quad w = 12,5 \frac{\pi}{20} \quad \text{ή} \quad w = \frac{5\pi}{8} \text{ rad/s}$$

γ. Είναι:

$$L = L_{\Sigma_1} + L_{\Sigma_2} + L_{\text{τροχ}} \quad \text{ή} \quad L = m_1 UR + m_2 UR + I\omega' \quad \text{ή}$$

$$L = m_1 a_{cm} t R + m_2 a_{cm} t R + \frac{1}{2} m R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} t \quad \text{ή} \quad L = 4 + 2 + 2 \quad \text{ή} \quad L = 8 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$