ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2026
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2ΓΑ(α)

ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Σάββατο 17 Ιανουαρίου 2026
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σελίδα 60 σχολικού βιβλίου.
Α2. Σελίδα 31 σχολικού βιβλίου.
Α3. Σελίδα 33 σχολικού βιβλίου.
Α4. 1. Λ , 2. Σ , 3. Λ , 4. Σ , 5. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Από την υπόθεση έχουμε ότι $y=x+10$ ή $x-y=-10$

Η περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι $2x+2y$, επομένως έχουμε: $2x+2y=52$ ή (διαιρώντας με το 2) $x+y=26$.
Άρα το σύστημα που εκφράζει τα δεδομένα του παραλληλογράμμου είναι το Β.

Β2. Θα βρούμε τις διαστάσεις του παραλληλογράμμου επιλύοντας το σύστημα Β. Η μορφή των εξισώσεων του συστήματος καθιστά απλούστερη την επίλυσή του με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών. Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις προκύπτει $2x=16$ ή $x=8cm$. Η δεύτερη εξίσωση του συστήματος για $x=8$ δίνει $y=26-8=18cm$.
Άρα το σύστημα έχει λύση (x,y) = (πλάτος , μήκος) = (8cm , 18cm)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την παράσταση α έχουμε :

- $ημ(2025π-ω)=ημ(2024π+π-ω)=ημ(1012\cdot 2π+π-ω)=ημ(π-ω)=ημω$
- $συν\left(\frac{5π}{2}-ω\right)=συν\left(\frac{4π+π}{2}-ω\right)=συν\left(2π+\frac{π}{2}-ω\right)=συν\left(\frac{π}{2}-ω\right)=ημω$
- $εφ(π+ω)=εφω$
- $σφ(-ω)=-σφω$

Επομένως έχουμε : $α=\dfrac{ημω\text{-}ημω}{εφω\text{-}σφω}=0$

Γ2. $f(1) = 0 \Leftrightarrow (\kappa - \lambda) \cdot 1^2 + (\kappa - 2\lambda) \cdot 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\kappa - 3\lambda = 1$ (1)

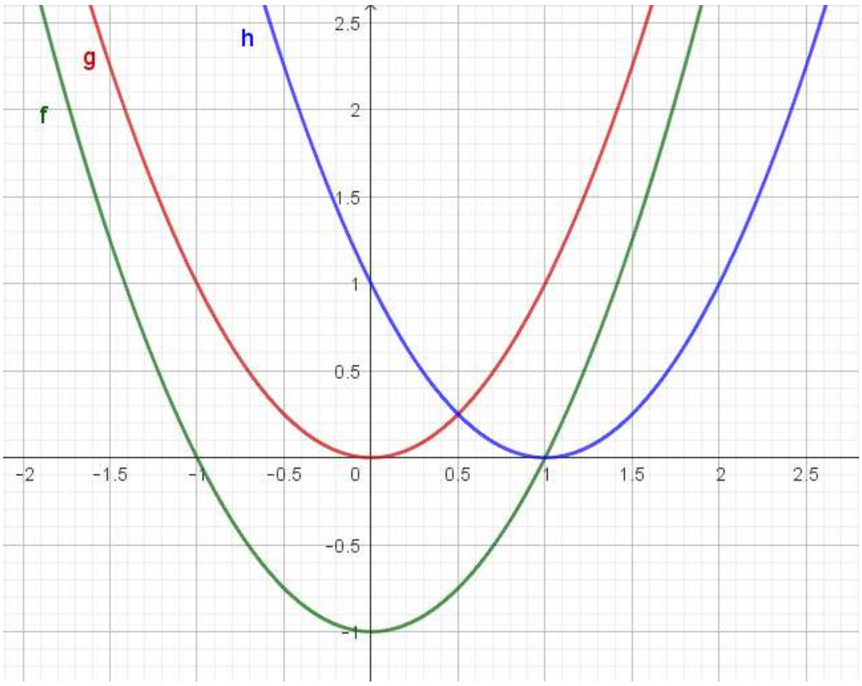
$f(-2) = 3 \Leftrightarrow (\kappa - \lambda) \cdot (-2)^2 + (\kappa - 2\lambda) \cdot (-2) - 1 = 3 \Leftrightarrow 2\kappa = 4 \Leftrightarrow \kappa = 2$

Για κ=2 η (1) δίνει λ = 1

Γ3. Για κ=2 και λ=1 η συνάρτηση f(x) γίνεται $f(x) = x^2 - 1$. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι το $\mathbb{R}$ άρα προφανώς για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι και $-x \in \mathbb{R}$. Επίσης έχουμε $f(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = f(x)$, άρα η συνάρτηση f είναι άρτια .

Γ4. α. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f προκύπτει από τη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g κατά μία μονάδα προς τα κάτω.
Η γραφική παράσταση της συνάρτησης h προκύπτει από τη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f κατά μία μονάδα προς τα δεξιά και κατά μία μονάδα προς τα πάνω (η σειρά των μετατοπίσεων δεν έχει σημασία).

β.



γ. Τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων με τους άξονες φαίνονται άμεσα από το παραπάνω διάγραμμα, αλλά μπορούν να προκύψουν και αλγεβρικά.
Η συνάρτηση g τέμνει τον άξονα y΄y στην αρχή των αξόνων O(0,0) και εφάπτεται στον άξονα x΄x στο ίδιο σημείο.
Η συνάρτηση f τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο (0, -1) και τον άξονα x΄x στα σημεία (-1,0) και (1,0).
Η συνάρτηση h τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο (0, 1) και εφάπτεται στον άξονα x΄x στο σημείο (1,0).

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. α. Αφού η συνάρτηση $f(x)=\alpha+\beta\cdot\eta\mu(\gamma\cdot x)$, γ>0 είναι περιοδική με περίοδο

$T=\pi$, έχουμε: $T=\dfrac{2\pi}{\gamma}\Rightarrow \pi=\dfrac{2\pi}{\gamma}\Rightarrow \boxed{\gamma=2}$

Έτσι $f(x)=\alpha+\beta\cdot\eta\mu 2x$.

β. Γνωρίζουμε ότι για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ισχύει ότι $-1\le \eta\mu 2x\le 1$ και $\beta>0$ επομένως

$$-1\le \eta\mu 2x\le 1 \overset{\beta>0}{\Rightarrow} -\beta\le\beta\cdot\eta\mu 2x\le\beta\Rightarrow \boxed{\alpha-\beta\le\alpha+\beta\cdot\eta\mu 2x\le\alpha+\beta}$$

Έτσι $\boxed{\alpha-\beta\le f(x)\le\alpha+\beta}$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

Από την υπόθεση δίνεται ότι η μέγιστη τιμή της f είναι ίση με 5, άρα

$\alpha+\beta=5\Leftrightarrow\boxed{\alpha=5-\beta}$ και τότε ο τύπος της f γίνεται

$f(x)=5-\beta+\beta\cdot\eta\mu 2x$, $x\in\mathbb{R}$.

Επειδή η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A\left(\dfrac{\pi}{12},3\right)$ θα ισχύει

ότι $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=3\Rightarrow 5-\beta+\beta\cdot\eta\mu\left(2\cdot\dfrac{\pi}{12}\right)=3\Rightarrow$

$5-\beta+\beta\cdot\eta\mu\dfrac{\pi}{6}=3\Rightarrow 5-\beta+\beta\cdot\dfrac{1}{2}=3\Rightarrow\dfrac{\beta}{2}=2\Rightarrow\boxed{\beta=4}$ και τότε $\boxed{\alpha=5-\beta=1}$

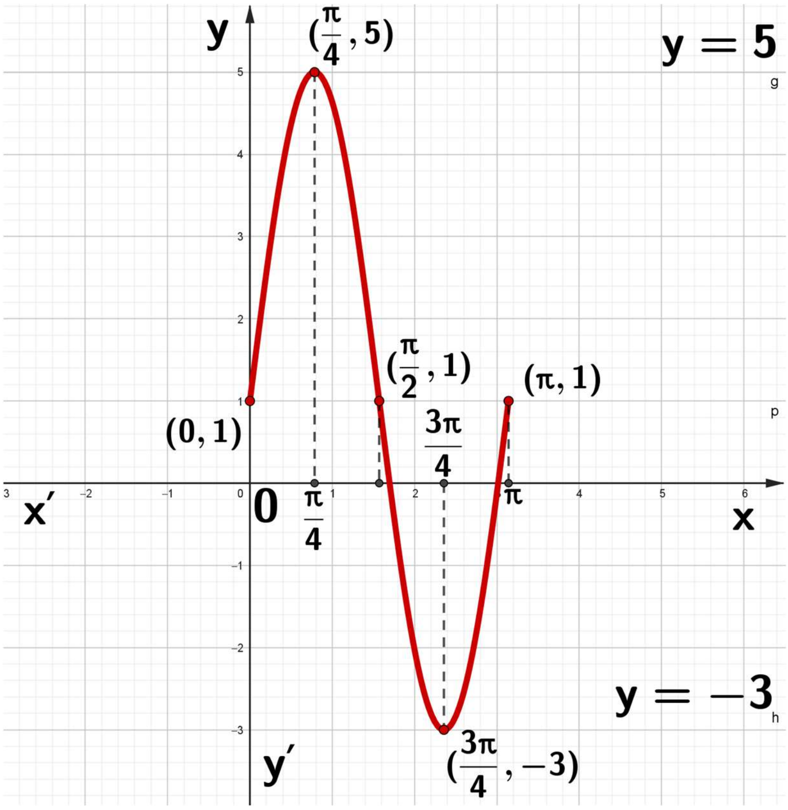
Άρα $\boxed{f(x)=1+4\eta\mu(2x)}$, $x\in\mathbb{R}$.

Δ2. **Ο τύπος της** f για

- $x=0\Rightarrow f(0)=1+4\eta\mu(2\cdot 0)=1+4\cdot 0=1$
- $x=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1+4\eta\mu\left(2\cdot\dfrac{\pi}{4}\right)=1+4\cdot\eta\mu\dfrac{\pi}{2}=1+4\cdot 1=5=\max f(x)$
- $x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1+4\eta\mu\left(2\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)=1+4\cdot\cancel{\eta\mu\pi}=1+4\cdot 0=1$
- $x=\dfrac{3\pi}{4}\Rightarrow f\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)=1+4\eta\mu\left(2\cdot\dfrac{3\pi}{4}\right)=1+4\cdot\eta\mu\dfrac{3\pi}{2}=1+4\cdot(-1)=-3=\min f(x)$
- $x=\pi\Rightarrow f(\pi)=1+4\eta\mu(2\cdot\pi)=1+4\cdot 0=1$

Έτσι έχουμε τον παρακάτω πίνακα

x	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{4}$		π
$f(x)$	1	↗	5 maxf(x)	↘	1	↘	-3 minf(x)	↗	1



Έτσι

- f γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$
- f γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right]$
- f γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left[\dfrac{3\pi}{4},\pi\right]$

Δ3. Προφανώς $\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{12}, \dfrac{3\pi}{4}=\dfrac{9\pi}{12}, \dfrac{5\pi}{12}$ και $\dfrac{7\pi}{12}$

Έτσι $\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{12}<\dfrac{5\pi}{12}<\dfrac{7\pi}{12}<\dfrac{9\pi}{12}=\dfrac{3\pi}{4}$ και από την μονοτονία της f η οποία είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right]$,άρα

$$\frac{\pi}{4}<\frac{5\pi}{12}<\frac{7\pi}{12}<\frac{3\pi}{4}\underset{\text{γν.φθινουσα}}{\overset{f}{\Rightarrow}}\boxed{f\left(\frac{5\pi}{12}\right)>f\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$$

Δ4. Η εξίσωση με δεδομένο ότι $\boxed{f(x)=1+4\eta\mu(2x)}$ γίνεται

$$f(x)=1+4\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow \cancel{1}+4\eta\mu 2x=\cancel{1}+4\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow$$

$$4\eta\mu 2x=4\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow \eta\mu 2x=\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow$$

$$ημ2x = ημ\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right) \Leftrightarrow ημ2x = ημ\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow$$

$$ημ2x = ημ\left(\frac{\pi}{6} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} ή\ \ 2x = 2κπ + \frac{\pi}{6} - x \\ ή\ \ 2x = 2κπ + π - \frac{\pi}{6} + x \end{cases}, κ \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} ή\ \ 2x + x = 2κπ + \frac{\pi}{6} \\ ή\ \ 2x - x = 2κπ + \frac{5\pi}{6} \end{cases}, κ \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} ή\ \ 3x = 2κπ + \frac{\pi}{6} \\ ή\ \ x = 2κπ + \frac{5\pi}{6} \end{cases}, κ \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} ή\ \ \boxed{x = \frac{2κπ}{3} + \frac{\pi}{18}}\ (I) \\ ή\ \ \boxed{x = 2κπ + \frac{5\pi}{6}}\ (II) \end{cases}, κ \in \mathbb{Z}$$

• Αναζητούμε στη συνέχεια τις ακέραιες τιμές του κ για τις οποίες ο τύπος (Ι) παράγει λύσεις στο ζητούμενο διάστημα $[0, 2\pi)$

$$0 \le x < 2\pi \Rightarrow 0 \le \frac{2κπ}{3} + \frac{\pi}{18} < 2\pi \Rightarrow 0 \le \frac{2κ}{3} + \frac{1}{18} < 2 \Rightarrow$$

$$\left.\begin{matrix} -\frac{1}{18} \le \frac{2κ}{3} < 2 - \frac{1}{18} \Rightarrow -\frac{1}{6} \le 2κ < 6 - \frac{1}{6} \Rightarrow -\frac{1}{12} \le κ < 3 - \frac{1}{12} \\ κ \in \mathbb{Z} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} ή\ κ = 0 \\ ή\ κ = 1 \\ ή\ κ = 2 \end{matrix}\right\}$$

Έτσι ο τύπος $x = \frac{2κπ}{3} + \frac{\pi}{18}$ για $κ = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{\pi}{18}}$,

για $κ = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{18} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{13\pi}{18}}$,

για $κ = 2 \Rightarrow x_3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot \pi}{3} + \frac{\pi}{18} \Rightarrow \boxed{x_3 = \frac{25\pi}{18}}$.

• Αναζητούμε στη συνέχεια τις ακέραιες τιμές του κ για τις οποίες ο τύπος (ΙΙ) παράγει λύσεις στο ζητούμενο διάστημα $[0, 2\pi)$

$$0 \le x < 2\pi \Rightarrow 0 \le 2κπ + \frac{5\pi}{6} < 2\pi \Rightarrow 0 \le 2κ + \frac{5}{6} < 2 \Rightarrow -\frac{5}{6} \le 2κ < 2 - \frac{5}{6} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{matrix} -\frac{5}{12} \le κ < 1 - \frac{5}{12} \\ κ \in \mathbb{Z} \end{matrix}\right\} \Rightarrow κ = 0$$

Έτσι ο τύπος $x = 2κπ + \frac{5\pi}{6}$ για $κ = 0 \Rightarrow \boxed{x_4 = \frac{5\pi}{6}}$.