ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Σάββατο 17 Ιανουαρίου 2026
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $ημ^2x + συν^2x = 1$

Μονάδες 8

Α2. Πότε μια συνάρτηση f ονομάζεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

Α3. Να αντιγράψετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε σωστά τον παρακάτω ορισμό:
Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο Α λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο όταν …………… για κάθε $x \in A$.

Μονάδες 3

Α4. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα σε αυτόν, το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή, ή το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.
2. Η εξίσωση $αx + βy = γ$, για $β \neq 0$ παριστάνει ευθεία που έχει συντελεστή διεύθυνσης $λ = -\frac{α}{β}$ και τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο $\frac{γ}{β}$
3. Για οποιαδήποτε γωνία ω που είναι $μ^\circ$, και α rad ισχύει ότι: $\frac{α}{180} = \frac{μ}{π}$.
4. Αν θ είναι μια λύση της εξίσωσης εφx=α, αν δηλαδή ισχύει εφx=εφθ, τότε οι λύσεις της εξίσωσης αυτής είναι: $x = κπ + θ,\ κ \in \mathbb{Z}$
5. Για κάθε γωνία ω ισχύει ότι: $ημ\left(180^\circ - ω\right) = -ημω$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 52cm. Το μήκος του y είναι 10 cm μεγαλύτερο από το πλάτος του x.

Β1. Από τα παρακάτω γραμμικά συστήματα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους να επιλέξετε εκείνο που εκφράζει τα δεδομένα του παραπάνω παραλληλογράμμου:

Α. $\begin{cases} x-y=10 \\ x+y=26 \end{cases}$ Β. $\begin{cases} x-y=-10 \\ x+y=26 \end{cases}$ Γ. $\begin{cases} -x+y=10 \\ x+y=52 \end{cases}$

Μονάδες 12

Β2. Να βρείτε τις διαστάσεις του παραλληλογράμμου.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=(\kappa-\lambda)x^2+(\kappa-2\lambda)x-1,\quad x\in\mathbb{R},\ \kappa,\lambda\in\mathbb{R}$.

Γ1. Για τις τιμές του $\omega\in\mathbb{R}$ για τις οποίες ορίζεται, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$\alpha=\frac{\eta\mu(2025\pi-\omega)-\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2}-\omega\right)}{\varepsilon\varphi(\pi+\omega)+\sigma\varphi(-\omega)}$$

Μονάδες 8

Για α=0

Γ2. Να βρεθούν οι τιμές των κ, λ αν ισχύει $f(1)=\alpha$ και $f(-2)=3+\alpha$.

Μονάδες 5

Γ3. Αν (κ,λ)=(2,1) , να αποδείξετε ότι $f(x)=x^2-1$ και να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 5

Γ4. Έστω ακόμα οι συναρτήσεις $g(x)=x^2$, $x\in\mathbb{R}$ και $h(x)=(x-1)^2$, $x\in\mathbb{R}$

α. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g προκύπτει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f;

Με ποιες μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f προκύπτει η γραφική παράσταση της συνάρτησης h;

β. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων g , f και h.

γ. Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων g , f και h με τους άξονες y΄y και x΄x .

Μονάδες 2+3+2

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\alpha+\beta\cdot\eta\mu(\gamma\cdot x)$ με $\alpha,\beta,\gamma\in\mathbb{R}$, $x\in\mathbb{R}$ και $\beta>0$, $\gamma>0$. Αν η συνάρτηση f είναι περιοδική με περίοδο $T=\pi$, έχει μέγιστη τιμή ίση με 5 και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{\pi}{12},3\right)$, τότε:

Δ1. Να αποδείξετε ότι:

α. $\gamma=2$

β. $\alpha=1,\quad \beta=4$

Μονάδες 2+4

Σε όλα τα παρακάτω να θεωρήσετε ότι $f(x)=1+4\eta\mu(2x), x\in\mathbb{R}$

Δ2. Να αντιγράψετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών και μονοτονίας της συνάρτησης f στο διάστημα $[0,\pi]$ **(μονάδες 4)** και στη συνέχεια να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση στο διάστημα αυτό **(μονάδες 4).**

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$f(x)$					

Μονάδες 8

Δ3. Να διατάξετε τους αριθμούς $\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{12}$ και $\frac{7\pi}{12}$ από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο **(μονάδες 2)** και στην συνέχεια να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ και $f\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ **(μονάδες 2).**

Μονάδες 4

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=1+4\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ στο διάστημα $[0,2\pi)$.

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ