

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2025
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Τρίτη 7 Ιανουαρίου 2025
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. α) Τι ονομάζουμε συντελεστή διεύθυνσης διανύσματος $\vec{a} = (x, y)$ με $x \neq 0$;

Μονάδες 3

β) Αν $\vec{a}, \vec{\beta}$ διανύσματα μη παράλληλα στον $y'y$ άξονα με συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι: $\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$.

Μονάδες 7

Α2. Στην στήλη Α βρίσκονται εξισώσεις ευθειών του επιπέδου ενώ στην στήλη Β μία πρόταση που αναφέρει μια ιδιότητα της κάθε ευθείας της στήλης Α. Θεωρήστε ότι κάθε στοιχείο της στήλης Α αντιστοιχεί σε μια μόνο πρόταση της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1) $y = 1$	Α) Ευθεία που σχηματίζει 45° γωνία με τον $x'x$ άξονα.
2) $y = 2x$	Β) Διχοτόμος $2^{\text{ης}}$ και $4^{\text{ης}}$ γωνίας αξόνων.
3) $y = -x$	Γ) Ευθεία κάθετη στην $y = -\frac{1}{2}x + 1$.
4) $y = \frac{1}{2}x - 2$	Δ) Ευθεία παράλληλη στον $x'x$ άξονα.
5) $x = 3$	Ε) Ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(2, -1)$.
	Στ) Ευθεία κάθετη στον $x'x$ άξονα.

Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε, κάνοντας την **αντιστοίχιση** των εξισώσεων της στήλης Α με την κατάλληλη πρόταση της στήλης Β.

Στήλη Α	1	2	3	4	5
Στήλη Β					

Μονάδες 5

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- A)** Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν ίσους συντελεστές διεύθυνσης.
- B)** Το $(\lambda \cdot \vec{\alpha}) \cdot \vec{\beta}$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ παριστάνει διάνυσμα.
- Γ)** Αν (x, y) οι συντεταγμένες του διανύσματος \overrightarrow{AB} με άκρα τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ τότε ισχύουν $x + x_1 = x_2$ και $y + y_1 = y_2$.
- Δ)** Αν ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$, τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.
- E)** Μια ευθεία και ένα διάνυσμα που είναι παράλληλα έχουν πάντα τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $\vec{\alpha} = (-2, 2\sqrt{3})$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$.

- B1.** Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

Μονάδες 6

- B2.** Αν $\vec{\beta} = (1, \kappa)$, $\kappa \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι $\kappa = \sqrt{3}$.

Μονάδες 6

- B3.** Αν για τα σημεία Α, Β ισχύουν $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$, όπου Ο η αρχή των αξόνων, να βρείτε σημείο Μ του άξονα $x'x$ ώστε τα σημεία Α, Β, Μ να είναι συνευθειακά.

Μονάδες 6

B4. Να βρείτε το διάνυσμα \vec{x} για το οποίο ισχύει

$$\frac{\vec{x} - \vec{\alpha}}{\vec{\alpha}^2} = \frac{\vec{x} - \vec{\beta}}{\vec{\beta}^2}$$

καθώς και την γωνία που αυτό σχηματίζει με τον $x'x$ άξονα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\vec{\alpha}\vec{\beta} + 5, 2)$, $\vec{\beta} = \left(2, \frac{\vec{\alpha}\vec{\beta}}{3}\right)$ και $\vec{\gamma}$ με $|\vec{\gamma}| = -\frac{\vec{\alpha}\vec{\beta}}{3}$ για τα οποία ισχύει $(2\vec{\beta} + 3\vec{\gamma}) \perp (5\vec{\beta} - 7\vec{\gamma})$.

Γ1. Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -6$.

Μονάδες 5

Γ2. Να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$.

Μονάδες 7

Γ3. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ αν γνωρίζετε ότι δεν είναι παράλληλο στον $x'x$ άξονα.

Μονάδες 6

Γ4. Αν για ένα διάνυσμα $\vec{\delta}$ ισχύει $18 \cdot \vec{\delta}^2 + 8 \leq -2(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \cdot (\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta})$ να δείξετε ότι $\vec{\delta} // \vec{\gamma}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(4,3)$, $\Gamma(7,-6)$. Οι ευθείες πάνω στις

οποίες βρίσκονται το ύψος $\Gamma\Delta$ και η διάμεσος ΓM είναι $y = (\lambda - 3)x + \kappa - 4$ και $y = -2x + \kappa + 3$ αντίστοιχα, με $\lambda, \kappa \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\kappa = 5$ και $\lambda = 2$.

Μονάδες 6

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2025**
Α΄ ΦΑΣΗ**E_3.Μλ2Θ(ε)**

- Δ2. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών πάνω στις οποίες βρίσκονται οι πλευρές του τριγώνου ΑΓ και ΑΒ.

Μονάδες 6

- Δ3. Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Β.

Μονάδες 6

- Δ4. Να εξετάσετε αν υπάρχει σημείο $K(x, y)$ του επιπέδου για το οποίο να ισχύουν συγχρόνως οι σχέσεις:

$$\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{ΓK} = 0 \text{ και } \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BK} = |\overrightarrow{AK}| \cdot |\overrightarrow{BK}|.$$

Μονάδες 7