

Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΑΞΗ:

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ:

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 22 Ιανουαρίου 2022

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

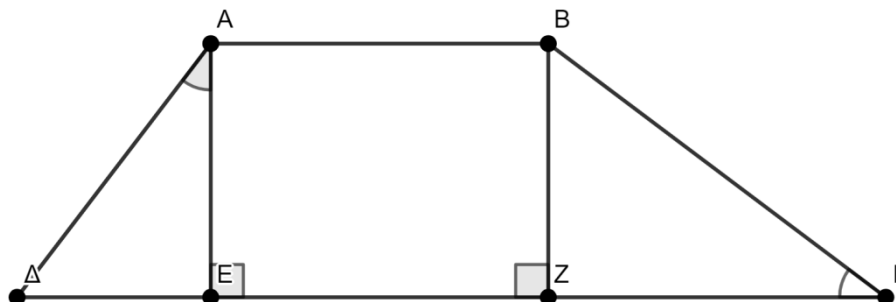
ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη θεώρημα IV σελ.45 σχολικό βιβλίο.

Α2.

- α) Λ
- β) Σ
- γ) Σ
- δ) Λ
- ε) Σ

ΘΕΜΑ Β



B1. Εφαρμόζουμε πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο BZΓ

$$BZ^2 + ZΓ^2 = BΓ^2$$

$$3^2 + ZΓ^2 = 5^2$$

$$9 + ZΓ^2 = 25$$

$$ZΓ^2 = 16$$

$$ZΓ = 4$$

B2. Τα τρίγωνα AΔΕ και BZΓ έχουν $\hat{E} = \hat{Z} = 90^\circ$ και

$$\Delta \hat{A}E = B \hat{\Gamma}Z. \text{ Άρα είναι όμοια}$$

B3. Επειδή τα τρίγωνα είναι όμοια έχουν τις πλευρές ανάλογες επομένως:

$$\frac{A\Delta}{B\Gamma} = \frac{AE}{Z\Gamma} = \frac{\Delta E}{BZ}$$

B4. Ισχύει ότι $\frac{A\Delta}{B\Gamma} = \frac{AE}{Z\Gamma}$

$$\frac{A\Delta}{5} = \frac{3}{4}$$

$$4A\Delta = 15$$

$$A\Delta = \frac{15}{4}.$$

Επίσης ισχύει ότι

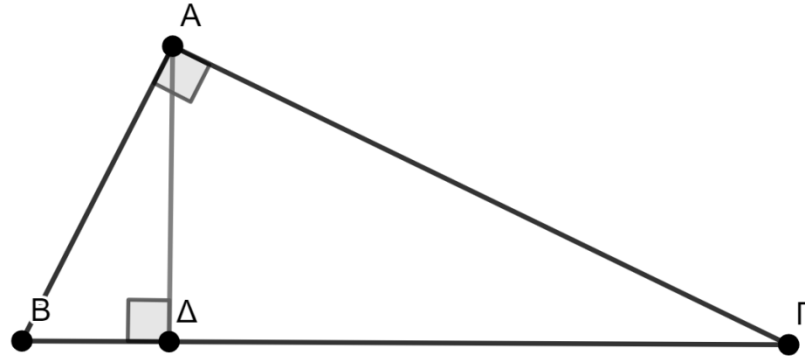
$$\frac{AE}{Z\Gamma} = \frac{\Delta E}{BZ}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\Delta E}{3}$$

$$9 = 4\Delta E$$

$$\Delta E = \frac{9}{4}$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Έστω $BΔ = \chi$ οπότε $ΓΔ = 10 - \chi$

Από την μετρική σχέση $ΑΔ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$ έχουμε

$$4^2 = \chi \cdot (10 - \chi)$$

$$16 = 10\chi - \chi^2$$

$$\chi^2 - 10\chi + 16 = 0 \text{ με λύσεις } \chi = 2 \text{ ή } \chi = 8$$

Για $\chi = 2$, $BΔ = 2$ και $ΓΔ = 8$ που είναι δεκτή

Ενώ $\chi = 8$, $BΔ = 8$ και $ΓΔ = 2$ απορρίπτεται εφόσον $BΔ < ΓΔ$

Γ2. Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο $ΑΒΔ$ έχουμε

$$AB^2 = BΔ^2 + ΑΔ^2$$

$$AB^2 = 2^2 + 4^2$$

$$AB^2 = 20$$

$$AB = \sqrt{20}$$

$$AB = 2\sqrt{5}$$

Γ3. Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΑΓΔ έχουμε

$$AG^2 = DG^2 + AD^2$$

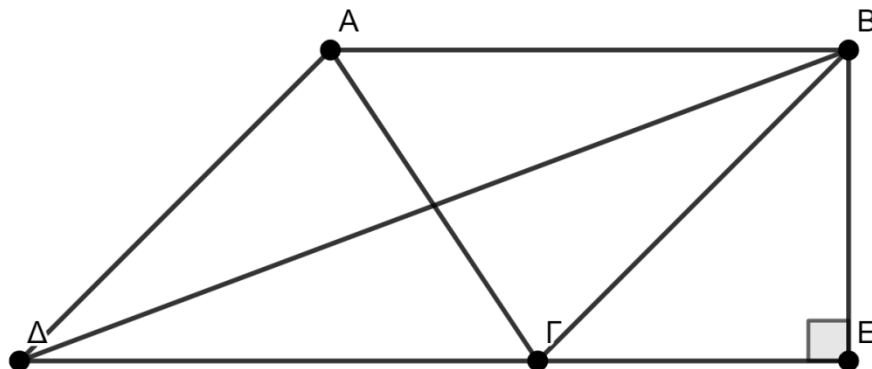
$$AG^2 = 8^2 + 4^2$$

$$AG^2 = 80$$

$$AG = \sqrt{80}$$

$$AG = 4\sqrt{5}$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Επειδή ισχύει $AB^2 = DG^2 + BG^2 + \sqrt{2} \cdot DG \cdot BG$

θα έχουμε ότι $AB^2 > DG^2 + BG^2$ άρα στο τρίγωνο BΔΓ η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι αμβλεία.

Δ2. (1^{ος} τρόπος)

i) Από το γενικευμένο πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο BΔΓ ισχύει

$$AB^2 = DG^2 + BG^2 + 2 \cdot DG \cdot GE \quad (1).$$

Από την υπόθεση όμως έχουμε

$$AB^2 = DG^2 + BG^2 + \sqrt{2} \cdot DG \cdot BG \quad (2).$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι

$$GE = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot BG$$

- ii) Από πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΒΓΕ έχουμε
 $ΒΓ^2 = ΓΕ^2 + ΒΕ^2$

$$ΒΓ^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} ΒΓ\right)^2 + ΒΕ^2$$

$$ΒΓ^2 - \frac{1}{2} ΒΓ^2 = ΒΕ^2$$

$$ΒΕ = \sqrt{\frac{1}{2} ΒΓ^2}$$

$$ΒΕ = \frac{\sqrt{2}}{2} ΒΓ$$

Δηλαδή ΒΕ=ΓΕ

Δ2. (2^{ος} τρόπος)

- i) Από νόμο συνημίτονων στο τρίγωνο ΒΔΓ έχουμε
 $ΔΒ^2 = ΔΓ^2 + ΒΓ^2 - 2 \cdot ΔΓ \cdot ΒΓ \cdot \sin \Gamma$ (1).

Από την υπόθεση όμως έχουμε

$$ΔΒ^2 = ΔΓ^2 + ΒΓ^2 + \sqrt{2} \cdot ΒΓ \cdot ΔΓ$$
 (2).

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι

$$\sin \Gamma = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ που σημαίνει ότι}$$

$$\hat{B} = 135^\circ \text{ και επομένως } \hat{B} \hat{E} = \varphi = 45^\circ.$$

$$\sin \varphi = \frac{ΓΕ}{ΒΓ}$$

$$ΓΕ = \frac{\sqrt{2}}{2} ΒΓ$$

- ii) Επειδή $\hat{B} \hat{E} = 45^\circ$ και $\hat{E} \hat{B} = 90^\circ$ το τρίγωνο $\hat{E} \hat{B}$ είναι ορθογώνιο ισοσκελές. Δηλαδή ΒΕ=ΓΕ



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022
Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.Γλ2Θ(α)

Δ3. Από νόμο συνημιτόνων στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει

$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 - 2AB \cdot B\Gamma \cdot \sin B$$

Επειδή $B=45^\circ$ και $AB = \Delta\Gamma$

$$\text{έχουμε ότι } A\Gamma^2 = \Delta\Gamma^2 + B\Gamma^2 - \sqrt{2} \cdot \Delta\Gamma \cdot B\Gamma$$