

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

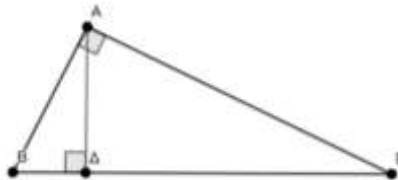
Ημερομηνία: Σάββατο 22 Ιανουαρίου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι

«Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών του στην υποτείνουσα.»



$$\text{Δηλαδή } AD^2 = BD \cdot DC$$

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Σε κάθε τρίγωνο ABC με ύψος AD ισχύει $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot BD$
- β) Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι όμοια όταν έχουν μια οξεία γωνία τους ίση.
- γ) Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ο λόγος των τετραγώνων των κάθετων πλευρών είναι ίσος με τον λόγο των προβολών τους πάνω στην υποτείνουσα.

- δ) Σε κάθε τρίγωνο ισχύει $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$ αν και μόνο αν $A < 90^\circ$
 ε) Αν τρεις τουλάχιστον παράλληλες ευθείες τέμνουν δύο άλλες ευθείες, ορίζουν σε αυτές τμήματα ανάλογα.

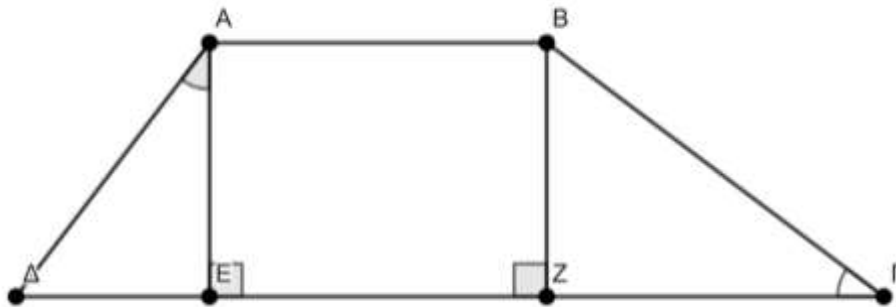
Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω τραπέζιο ΑΒΓΔ φέρνουμε τα ύψη ΑΕ και ΒΖ.

Αν οι γωνίες $\Delta \hat{A}E$ και $B \hat{I}Z$ είναι ίσες και ισχύει $B\Gamma=5$ και $BZ=3$

Να δείξετε ότι:



B1. $Z\Gamma=4$

Μονάδες 6

B2. Τα τρίγωνα $\Delta \Delta E$ και $BZ\Gamma$ είναι όμοια

Μονάδες 6

B3. $\frac{A\Delta}{B\Gamma} = \frac{AE}{Z\Gamma} = \frac{\Delta E}{BZ}$

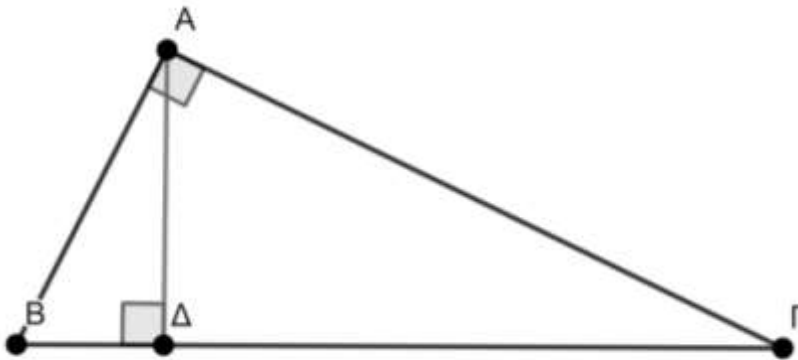
Μονάδες 5

B4. $A\Delta = \frac{15}{4}$ και $\Delta E = \frac{9}{4}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ φέρνουμε το ύψος $A\Delta$. Αν είναι $A\Delta=4$ και $B\Gamma=10$ και ισχύει $B\Delta < \Delta\Gamma$. Τότε



Γ1. Να δείξετε ότι $B\Delta=2$ και $\Delta\Gamma=8$

Μονάδες 9

Γ2. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AB

Μονάδες 8

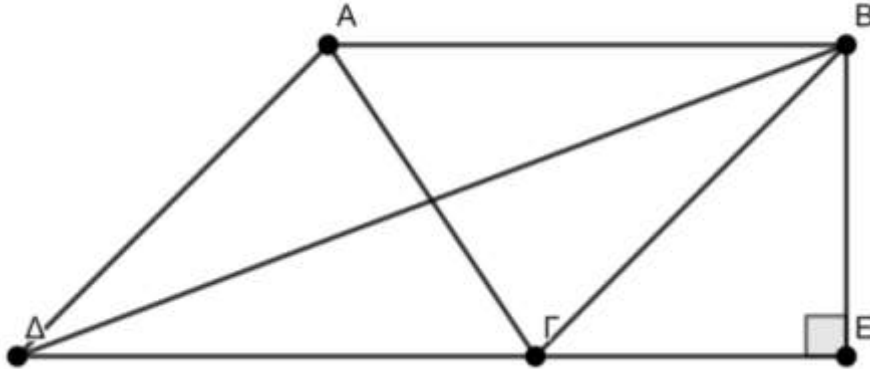
Γ3. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $A\Gamma$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ το σημείο E είναι η προβολή του B πάνω στην πλευρά $\Delta\Gamma$. Αν μεταξύ των πλευρών του τριγώνου $\Delta B\Gamma$ ισχύει

$$\Delta B^2 = \Delta\Gamma^2 + B\Gamma^2 + \sqrt{2} \Delta\Gamma \cdot B\Gamma \text{ τότε:}$$



Δ1. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο BΔΓ είναι αμβλυγώνιο

Μονάδες 6

Δ2. Να δείξετε ότι:

i) $GE = \frac{\sqrt{2}}{2} BG$

Μονάδες 7

ii) το τρίγωνο BΓΕ είναι ισοσκελές

Μονάδες 7

Δ3. Να δείξετε ότι:

$$AG^2 = BG^2 + \Delta\Gamma^2 - \sqrt{2} BG \cdot \Delta\Gamma$$

Μονάδες 5