



ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Παρασκευή 7 Ιανουαρίου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν ω μία γωνία να αποδείξετε ότι: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

Μονάδες 10

A2. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος.

- Ένα γραμμικό σύστημα 2×2 είναι δυνατόν να έχει ακριβώς 2 λύσεις.
- Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ , τότε για κάθε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
- Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει μέγιστο στο $x_0 \in A$ τότε $f(x) \geq f(x_0)$, για κάθε $x \in A$
- Αν για τη γωνία ω ισχύει $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$ τότε $\sigma\upsilon\nu\omega > 0$.
- Αν δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές τότε έχουν ίσα ημίτονα.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ με εξισώσεις $\lambda x + y = \lambda^2$, $x + \lambda y = 1$ αντίστοιχα.

B1. Ποια είναι η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, αν $\lambda = -1$ ή $\lambda = 1$;

Μονάδες 8

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022
Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2ΓΑ(ε)

B2. Αν $\lambda \neq -1$ και $\lambda \neq 1$, να αποδείξετε ότι οι ευθείες τέμνονται στο σημείο $M\left(\frac{\lambda^2+\lambda+1}{\lambda+1}, -\frac{\lambda}{\lambda+1}\right)$.

Μονάδες 10

B3. Αν $\lambda = 0$, να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και η ευθεία ε_3 με εξίσωση $x + 2022y = 1$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να αποδείξετε ότι $2\eta\mu 2\alpha - \eta\mu 2\alpha \sigma\upsilon\nu^2 2\alpha - \eta\mu^3 2\alpha = \eta\mu 2\alpha$.

Μονάδες 5

Γ2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4\eta\mu 2x - 2\eta\mu 2x \sigma\upsilon\nu^2 2x - 2\eta\mu^3 2x$

i) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu 2x$ και ότι η συνάρτηση f είναι περιττή.

ii) Να βρείτε την μέγιστη, την ελάχιστη τιμή και την περίοδο της συνάρτησης f .

Μονάδες 10

Γ3. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης στο διάστημα $[0, \pi]$.

Μονάδες 4

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$, στο διάστημα $[0, \pi]$ και να επαληθεύσετε γραφικά τα αποτελέσματα που βρήκατε.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{1-\sigma\upsilon\nu x}{\alpha-\eta\mu^2 x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$,

και πεδίο ορισμού το $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Δ1. Να βρείτε την τιμή του α .

Μονάδες 6

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022**
Α΄ ΦΑΣΗ**E_3.Μλ2ΓΑ(ε)****Δ2.** Για $\alpha = 1$

Να αποδείξετε ότι :

i) $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in A$

Μονάδες 4ii) Η f παρουσιάζει ολικό ακρότατο στη θέση $x = 0$ **Μονάδες 4****Δ3.** Έστω g η συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά π μονάδες δεξιά. Να αποδείξετε ότι:

i) $g(x) = \frac{1 + \sin x}{1 - \eta\mu^2 x}, x \in A$

Μονάδες 7ii) Για κάθε x με $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ισχύει $g^2(x) > f^2(x)$ **Μονάδες 4**