



ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 12 Ιανουαρίου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Για κάθε γωνία ω , να αποδείξετε την ταυτότητα

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1.$$

Μονάδες 7

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο όταν $f(x) \leq f(x_0)$, για κάθε $x \in A$.
- β)** Για κάθε γωνία ω ισχύει ότι $\eta\mu^2\omega = \eta\mu\omega^2$.
- γ)** Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$, ισχύει η σχέση $\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$.
- δ)** Οι γωνίες που διαφέρουν κατά 180° έχουν αντίθετο ημίτονο.
- ε)** Ισχύει η ισοδυναμία $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow x = \kappa\pi \pm \theta$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρεται στο τετράδιο και να συμπληρώσετε τον πίνακα Π έτσι ώστε κάθε τριγωνομετρικός αριθμός της στήλης A να αντιστοιχεί στην παράσταση της στήλης B , με την οποία είναι ίσος.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\eta\mu(\alpha - \beta)$	A. $\eta\mu\alpha\eta\mu\beta - \sigma\upsilon\eta\alpha\sigma\upsilon\eta\beta$
2. $\sigma\upsilon\eta(\alpha + \beta)$	B. $\sigma\upsilon\eta\alpha\sigma\upsilon\eta\beta - \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$
3. $\eta\mu(\alpha + \beta)$	Γ. $\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\eta\beta - \eta\mu\beta\sigma\upsilon\eta\alpha$
4. $\sigma\upsilon\eta(\alpha - \beta)$	Δ. $\eta\mu\beta\sigma\upsilon\eta\beta + \eta\mu\alpha\sigma\upsilon\eta\alpha$
	E. $\sigma\upsilon\eta\alpha\sigma\upsilon\eta\beta + \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$
	Z. $\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\eta\beta + \sigma\upsilon\eta\alpha\eta\mu\beta$

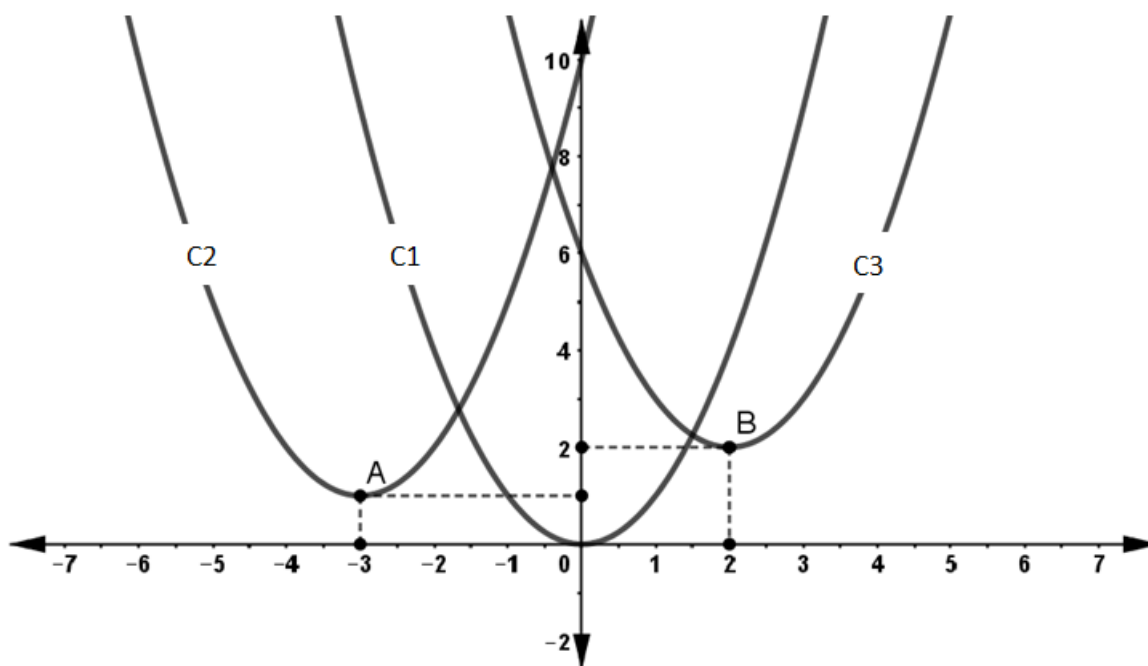
Πίνακας ΙΙ

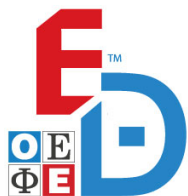
1	2	3	4

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g, h στο παρακάτω σχήμα.





Αν η C1 είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^4 + bx^2$

B1. Να βρείτε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

B2. Αν η f διέρχεται από τα σημείο $\Gamma(2,4)$ και $\Delta(1,1)$ τότε να δείξετε ότι $a=0$ και $\beta=1$.

Μονάδες 5

B3. Να αναφέρετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση της γραφικής παράστασης C2 είναι γνησίως μονότονη καθώς και τα ακρότατα της.

Μονάδες 7

B4. Αν $h(x) = x^2 + 6x + 10$ και $g(x) = x^2 - 4x + 6$ είναι μετατοπίσεις της f να βρείτε ποιές από τις C2, C3 είναι οι γραφικές παραστάσεις των h και g και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να αποδείξετε ότι η παράσταση

$$A(x) = \sigma\upsilon\nu^4 x - \eta\mu^4 x - 2\sigma\upsilon\nu^2 x$$

έχει τιμή ανεξάρτητη του x , δηλαδή είναι σταθερή.

Μονάδες 6

Γ2. Αν

$$B(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu^2(3\pi - x) + \sigma\upsilon\nu(3\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(4\pi - x) + \eta\mu^2\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)}{\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)},$$

με $x \neq \frac{\kappa\pi}{2}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$, τότε να αποδείξετε ότι $B(x) = \sigma\upsilon\nu^2 x$.

Μονάδες 7

Γ3. Για $A(x) = -1$, να λυθεί η εξίσωση

$$B(x) - A(x) = \frac{7}{2} \eta \mu x,$$

για κάθε $x \neq \frac{\kappa\pi}{2}$, με $\kappa \in \mathbb{Z}$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

Μονάδες 6

Γ4. Να αποδείξετε ότι

$$B^2(x) + B(x) > B\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \cdot A(x),$$

για κάθε $x \neq \frac{\kappa\pi}{2}$, με $\kappa \in \mathbb{Z}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (\alpha - 1) \cdot \eta \mu\left(\frac{\pi}{2\beta} x\right) + \gamma$ $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}, \alpha > 0, \beta > 0$.

Αν:

- Η Cf διέρχεται από το σημείο $A(0, 1)$
- Έχει μέγιστο το 3
- Έχει περίοδο $T = 4\pi$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$, $\beta = \pi$ και $\gamma = 1$

Μονάδες 7

Δ2. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f σε ένα διάστημα μιας περιόδου.

Μονάδες 6

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2019**
Α΄ ΦΑΣΗ**E_3.Μλ2ΓΑ(ε)**

Δ3. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\eta\mu\left(\frac{5\pi}{7}\right)\right)$ και $f\left(\eta\mu\left(\frac{6\pi}{7}\right)\right)$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Δ4. Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} y^2 - 3f(0)x^2 = f^2\left(\frac{25\pi}{3}\right) \\ y = f(2\pi)x^2 \end{cases}$$

Μονάδες 8