

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
Α ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ2Θ(α)**

**ΤΑΞΗ:** Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ:** ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΦΥΣΙΚΗ

**Ημερομηνία:** Πέμπτη 5 Ιανουαρίου 2017

**Διάρκεια Εξέτασης:** 2 ώρες

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

| ΕΡΩΤΗΣΗ      | A1 | A2 | A3 | A4 |
|--------------|----|----|----|----|
| ΑΠΑΝΤΗΣΗ     | γ  | γ  | β  | δ  |
| ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΗ | 3  | 4  | 2  | 3  |

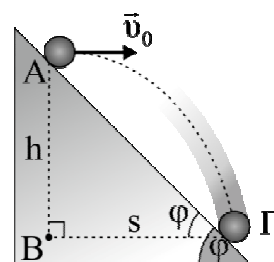
- A5.** α. Σωστό  
β. Σωστό  
γ. Σωστό  
δ. Λάθος  
ε. Λάθος

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Σωστή απάντηση είναι η α.  
Αιτιολόγηση

1<sup>ος</sup> τρόπος

Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων το σώμα στον οριζόντιο άξονα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ενώ στον κατακόρυφο άξονα ελεύθερη πτώση. Από το διπλανό σχήμα έχουμε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές AB = BΓ αφού  $\varphi = 45^\circ$ :



$$s = h \text{ ή } v_0 t = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{ή } t = \frac{2v_0}{g}$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
Α ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ2Θ(α)**

**2<sup>ος</sup> τρόπος**

Από το τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος έχουμε:

$$\eta\mu 45^\circ = \frac{h}{AG} \quad (1) \quad \text{και} \quad \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{s}{AG} \quad (2).$$

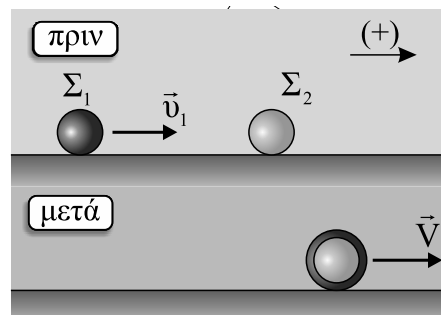
Διαιρώντας κατά μέλη τις (1), (2) βρίσκουμε:

$$s = h \quad \text{ή} \quad v_0 t = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{ή} \quad t = \frac{2v_0}{g}$$

**B2. Σωστή απάντηση είναι η α.**  
**Αιτιολόγηση**

Αναφερόμαστε στο παρακάτω σχήμα, όπου θεωρούμε ως θετική τη φορά της αρχικής ταχύτητας της σφαίρας Σ<sub>1</sub>.



Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο για το μονωμένο σύστημα των δυο σφαιρών έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{συσ}} = \vec{p}'_{\text{συσ}} \quad \text{ή} \quad \text{αλγεβρικά}$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V \quad \text{ή} \quad m v_1 = (m + 3m) V \quad \text{ή}$$

$$V = \frac{v_1}{4}$$

Συνεπώς ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

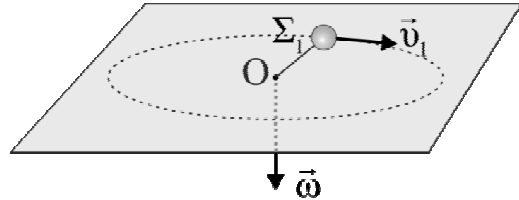
$$\frac{K_1}{K} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2} = \frac{m v_1^2}{4m \frac{v_1^2}{4^2}} \quad \text{ή} \quad \frac{K_1}{K} = 4$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
Α ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ2Θ(α)**

**ΘΕΜΑ Γ**

- Γ1.** Η σφαίρα  $\Sigma_1$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα  $R$  ίση με το μήκος του νήματος  $L$ . Συνεπώς το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας υπολογίζεται από την σχέση:



$$v = \omega \cdot R \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{v}{R} \quad \text{ή} \quad \omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η φορά της γωνιακής ταχύτητας υπολογίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού και είναι κάθετη στο δάπεδο και με φορά προς τα κάτω στο κέντρο  $O$  της κυκλικής τροχιάς όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η περίοδος είναι  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  ή  $T = 2\pi \text{ s}$

- Γ2.** Η ακτίνα που συνδέει τη σφαίρα  $\Sigma_1$  με το κέντρο  $O$  διαγράφει επίκεντρες γωνίες με σταθερό ρυθμό  $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Οι δύο σφαίρες θα συγκρουστούν όταν θα έχει διαγραφεί γωνία  $\theta$ . Αρχικά μετατρέπουμε την γωνία σε rad:

$$\theta_1 = \frac{\pi}{180} \cdot \theta = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

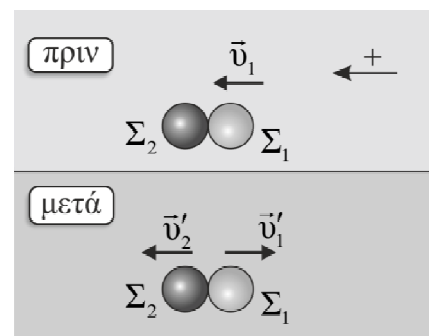
και υπολογίζουμε τον χρόνο από την σχέση ορισμού της γωνιακής ταχύτητας:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{1} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{2\pi}{3} \text{ s} \quad \text{ή} \quad t - t_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ s} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{3} \text{ s}$$

- Γ3.** Το σύστημα είναι μονωμένο στην διεύθυνση κίνησης, αφού δεν δέχεται καμία εξωτερική δύναμη κατά τη διεύθυνση αυτή.

$$\vec{p}_{\text{αρχ. συσ}} = \vec{p}_{\text{τελ. συσ}} \quad \text{ή} \quad m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 \quad (1)$$

Η ορμή της σφαίρας  $\Sigma_2$  πριν την κρούση ήταν μηδενική. Επιπλέον τα νήματα έχουν ίδιο μήκος και οι σφαίρες αμελητέες διαστάσεις, συνεπώς οι ταχύτητες των σωμάτων ακριβώς πριν και μετά την κρούση είναι στην ίδια διεύθυνση. Θεωρώντας θετική φορά την αρχική φορά της σφαίρας  $\Sigma_1$  η σχέση (1) γράφεται σε αλγεβρική μορφή:



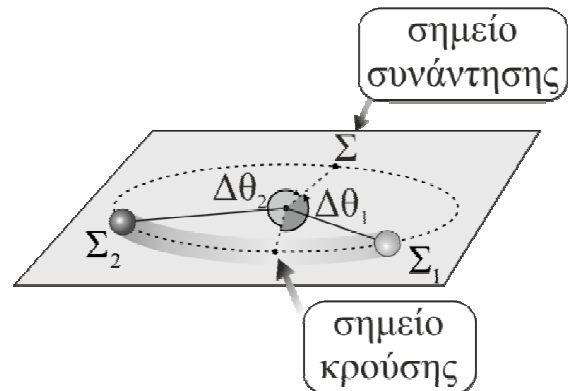
**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
Α ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ2Θ(α)**

$$m_1 v_1 = -m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad \text{ή} \quad v'_2 = \frac{m_1 v_1 + m_1 v'_1}{m_2} \quad \text{ή} \quad v'_2 = 1 \frac{m}{s}$$

Η φορά της ταχύτητας  $v'_2$  είναι ίδια με την αρχική της ταχύτητας της σφαίρας  $\Sigma_1$ .

- Γ4.** Μετά την κρούση και τα δύο σώματα εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Αφού αμέσως μετά την κρούση κινούνται με αντίθετες γραμμικές ταχύτητες και δεδομένου ότι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς τους είναι ίδια, και οι γωνιακές ταχύτητες των σωμάτων έχουν ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά.



Αν λοιπόν αναλογιστεί κανείς ότι όταν ξανασυναντηθούν οι δύο σφαίρες οι επιβατικές ακτίνες θα έχουν διαγράψει συνολικά γωνία  $2\pi$ , ενώ ο ρυθμός με τον οποίο διαγράφουν γωνίες είναι ίδιος ( $|\vec{\omega}_1| = |\vec{\omega}_2|$ ), η λύση είναι προφανής:

$$\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = \pi \text{ rad}$$

Γενικότερα το ερώτημα θα μπορούσε να απαντηθεί ως εξής:

Αρχικά υπολογίζουμε τα μέτρα των νέων γωνιακών ταχυτήτων:

$$|\omega'_1| = \frac{|v'_1|}{R} = \frac{1}{2} \text{ rad/s}, \quad |\omega'_2| = \frac{|v'_2|}{R} = \frac{1}{2} \text{ rad/s}$$

Και κατόπιν στηριζόμαστε στο γεγονός ότι αφού οι σφαίρες διαγράφουν αντίρροπα την κυκλική τροχιά όταν συναντηθούν οι επιβατικές ακτίνες θα έχουν διαγράψει συνολική γωνία ίση με  $2\pi \text{ rad}$ : Άρα:

$$\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 = 2\pi \quad \text{ή} \quad |\omega'_1| \cdot \Delta t + |\omega'_2| \cdot \Delta t = 2\pi \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{2\pi}{|\omega'_1| + |\omega'_2|} = 2\pi \text{ sec}$$

$$\text{Και } \Delta\theta_1 = |\omega'_1| \cdot \Delta t = \pi \text{ rad}, \quad \Delta\theta_2 = |\omega'_2| \cdot \Delta t = \pi \text{ rad}$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
Α ΦΑΣΗ

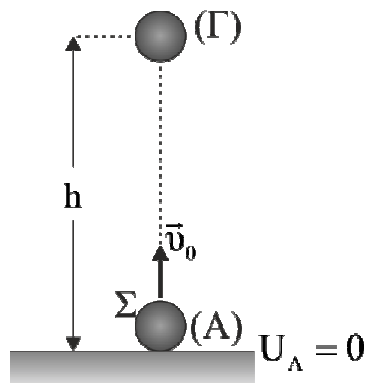
**E\_3.Φλ2Θ(α)**

**ΘΕΜΑ Δ**

- Δ1.** Εφαρμόζουμε τη διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τη μετάβαση του σώματος Σ από το Α στο Γ γνωρίζοντας ότι στην θέση αυτή η ταχύτητα του είναι μηδέν. Επίπεδο αναφοράς βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ορίζουμε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο Α.

$$E_{\text{αρχ},A} = E_{\text{τελ},\Gamma} \quad \text{ή} \quad K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \quad \text{ή} \quad$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh \quad \text{ή} \quad v_0 = \sqrt{2gh} \quad \text{ή} \quad v_0 = 20 \text{ m/s}.$$



Η διάσπαση του σώματος αλλά και γενικότερα τέτοιου τύπου «εκρηκτικές» διασπάσεις μελετώνται στο πλαίσιο της Α.Δ.Ο. Ακόμη και σε περιπτώσεις που το σύστημα (σώμα) που διασπάται δεν είναι μονωμένο, χρησιμοποιούμε την Α.Δ.Ο υπό την προϋπόθεση ότι η «έκρηξη» έχει αμελητέα διάρκεια και θεωρώντας ότι οι εσωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των μερών του υπό διάσπαση σώματος, είναι πολύ μεγαλύτερες από τις εξωτερικές. Εφαρμόζουμε την αρχή της Διατήρησης της Ορμής κατά την έκρηξη του σώματος Σ, με θετική τη φορά της ταχύτητας του Σ<sub>2</sub>.

$$\vec{p}_{\text{αρχ, συσ}} = \vec{p}_{\text{τελ, συσ}} \quad \text{ή} \quad 0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \quad \text{ή} \quad 0 = -m_1v_1 + m_2v_2 \quad \text{ή} \quad \frac{m}{3}v_1 = \frac{2m}{3}v_2 \quad \text{ή}$$

$$v_1 = 2v_2 \quad (1)$$

Η ενέργεια που γίνεται κινητική από την έκρηξη είναι:

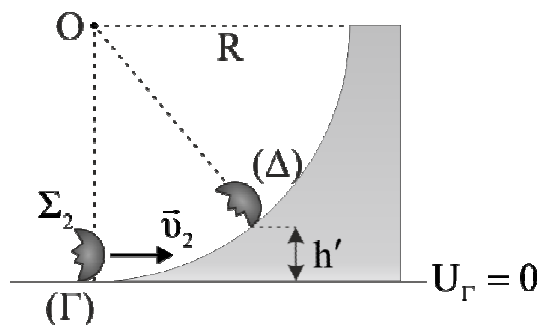
$$E = K_1 + K_2 \quad \text{ή} \quad E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \xrightarrow{(1)} E = \frac{1}{2}\frac{m}{3}(2v_2)^2 + \frac{1}{2}\frac{2m}{3}v_2^2 \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{E}{m}} \quad \text{ή}$$

$$v_2 = 20 \text{ m/s}.$$

Άρα από (1) βρίσκουμε  $v_1 = 40 \text{ m/s}$ . Τα σώματα μετά την έκρηξη θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις με μέτρα ταχυτήτων  $v_1 = 40 \text{ m/s}$  και  $v_2 = 20 \text{ m/s}$ .

- Δ2.** Εφαρμόζουμε τη διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τη μετάβαση του σώματος Σ<sub>2</sub> από το Γ στο Δ γνωρίζοντας ότι στην θέση αυτή η ταχύτητα του είναι μηδέν. Επίπεδο αναφοράς βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ορίζουμε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο Γ.

$$E_{\text{αρχ},\Gamma} = E_{\text{τελ},\Delta} \quad \text{ή} \quad K_\Gamma + U_\Gamma = K_\Delta + U_\Delta \quad \text{ή} \quad$$



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
Α ΦΑΣΗ

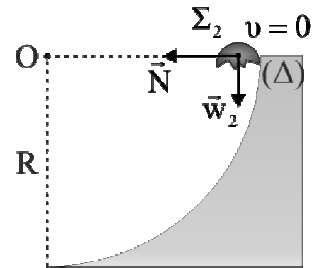
**E\_3.Φλ2Θ(α)**

$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g h'$  ή  $h' = \frac{v_2^2}{2g}$  ή  $h' = 20 \text{ m} = R$ . Άρα το ύψος που ανέβηκε το σώμα ισούται με την ακτίνα του τεταρτοκυκλίου.

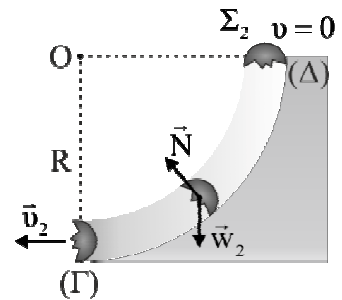
Επομένως το σώμα  $\Sigma_2$  θα απέχει από το έδαφος:  $H = R + h = 40 \text{ m}$

- Δ3.** Το σώμα φτάνει στην κορυφή  $\Delta$  του τεταρτοκύκλιου με ταχύτητα μηδέν όπως αποδείχθηκε στο προηγούμενο ερώτημα. Στην θέση  $\Delta$  η μόνη δύναμη στην διεύθυνση της ακτίνας που έχει το ρόλο της κεντρομόλου είναι η αντίδραση  $N$  του δαπέδου στο σώμα  $\Sigma_2$ :

$$F_k = \frac{m_2 v^2}{R} \text{ ή } N = \frac{m_2 v^2}{R} \text{ ή } N = 0$$

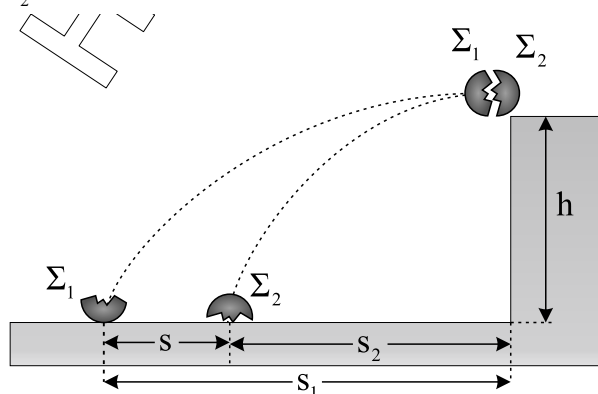


- Δ4.** Το σώμα  $\Sigma_2$  εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο από το σημείο  $\Gamma$  με το ίδιο μέτρο ταχύτητας που απέκτησε από την έκρηξη. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τη μετάβαση του σώματος  $\Sigma_2$  από το  $\Delta$  στο  $\Gamma$ . Επίπεδο αναφοράς βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ορίζουμε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο  $\Gamma$ .



$$E_{\alpha\rho\chi,\Delta} = E_{\tau\epsilon\lambda,\Gamma} \text{ ή } K_{\Delta} + U_{\Delta} = K_{\Gamma} + U_{\Gamma} \text{ ή } m_2 g h' = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \text{ ή } v_2' = v_2 = 20 \text{ m/s}$$

Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  εκτελούν οριζόντια βολή, με μέτρα ταχυτήτων  $v_1 = 40 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 20 \text{ m/s}$ .



Ο χρόνος πτώσης είναι:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \text{ ή } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ ή } t = 2 \text{ s.}$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
**Α ΦΑΣΗ**

**E\_3.Φλ2Θ(α)**

Υπολογίζουμε τα βεληνεκή των δύο σωμάτων:

$$s_1 = v_1 t \quad \text{ή} \quad s_1 = 80 \text{ m}$$

$$s_2 = v_2 t \quad \text{ή} \quad s_2 = 40 \text{ m}$$

Η απόσταση των σωμάτων όταν φτάνουν στο έδαφος είναι:

$$s = s_1 - s_2 \quad \text{ή} \quad s = 40 \text{ m}$$