

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 8 Απριλίου 2015

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχ. βιβλίο 9.2 θεώρημα IV.

A2. Λ, Σ, Λ, Σ, Σ.

ΘΕΜΑ Β

B1. Αφού $DE \parallel AG$ θα είναι $\triangle DEB \sim \triangle BAG$ οπότε $\frac{DE}{AG} = \frac{BE}{BG}$.

B2. Αφού $DZ \parallel AB$ θα είναι $\triangle ZDA \sim \triangle ZAB$,
οπότε $\frac{DZ}{AB} = \frac{ZA}{BA} \Leftrightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{GA}{BG}$

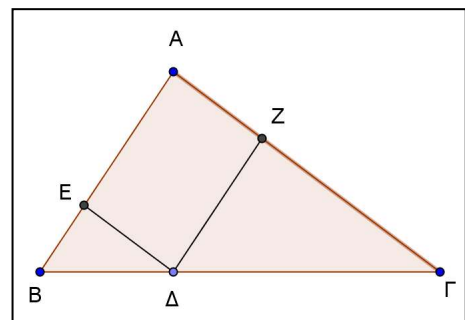
B3. Αν $\frac{BA}{AG} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{BA}{BA+AG} = \frac{2}{2+3} \Leftrightarrow \frac{BA}{BG} = \frac{2}{5}$

$$\text{οπότε } \frac{(BEA)}{(BAG)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\text{Όμοια } \frac{GA}{GB} = \frac{3}{5} \text{ οπότε } \frac{(GZA)}{(GBA)} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}.$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } (AZDE) &= (ABG) - (BEA) - (GZA) = \\ &= (ABG) - \frac{4}{25}(ABG) - \frac{9}{25}(ABG) = \frac{12}{25}(ABG) \end{aligned}$$

$$\text{δηλ. } \frac{(AZDE)}{(ABG)} = \frac{12}{25}.$$



ΘΕΜΑ Γ

$$\begin{aligned} \Gamma 1. \quad \text{Είναι } (AB\Gamma) &= \frac{1}{2} BA \cdot B\Gamma \eta\mu B \Leftrightarrow \frac{21\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \eta\mu B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \eta\mu B = \frac{21\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2}{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \eta\mu 60^\circ \quad \text{δηλ.} \quad B = 60^\circ. \end{aligned}$$

Τότε από το νόμο των συνημιτόνων για τη πλευρά ΑΓ έχουμε:

$$\begin{aligned} A\Gamma^2 &= AB^2 + B\Gamma^2 - 2AB \cdot B\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \\ &= 9 + 49 - 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 37 \Rightarrow A\Gamma = \sqrt{37}. \end{aligned}$$

$$\text{Είναι } B\Gamma^2 = 7^2 = 49 \text{ και } AB^2 + A\Gamma^2 = 9 + 37 = 46$$

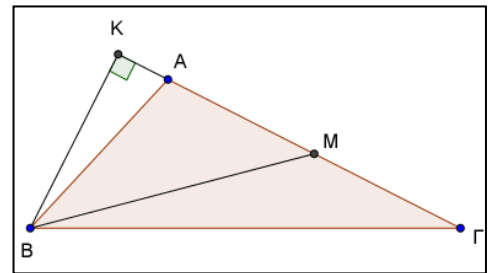
$$\text{δηλ. } B\Gamma^2 > AB^2 + A\Gamma^2 \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$$

δηλ. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

$$\begin{aligned} \Gamma 2. \quad BM^2 &= \mu_\beta^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\gamma^2 - \beta^2}{4} = \frac{2 \cdot 49 + 2 \cdot 9 - 37}{4} = \\ &= \frac{98 + 18 - 37}{4} = \frac{79}{4} \Leftrightarrow BM = \frac{\sqrt{79}}{2} \end{aligned}$$

και από 2^ο θεώρημα διαμέσων στο $\triangle AB\Gamma$ θα έχουμε:

$$\begin{aligned} |\alpha^2 - \gamma^2| &= 2 \cdot \beta \cdot MK \Leftrightarrow |49 - 9| = 2 \cdot \sqrt{37} MK \\ &\Leftrightarrow MK = \frac{20}{\sqrt{37}} = \frac{20\sqrt{37}}{37} \end{aligned}$$



Γ3. Από Γενικευμένο Πυθ.θεώρημα για αμβλεία γωνία αφού $A > 90^\circ$ για την πλευρά ΒΓ έχουμε

$$\begin{aligned} B\Gamma^2 &= AB^2 + A\Gamma^2 + 2A\Gamma \cdot AK \Leftrightarrow \\ 49 &= 9 + 37 + 2 \cdot \sqrt{37} \cdot AK \Leftrightarrow AK = \frac{49 - 9 - 37}{2\sqrt{37}} = \frac{3\sqrt{37}}{2 \cdot 37} = \frac{3\sqrt{37}}{74}. \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\begin{aligned} \Delta 1. \quad \text{Είναι } AO &= OM = AM = R \quad \text{δηλ. } \triangle AOM \text{ ισοπλευρο πλευράς } R \text{ οπότε έχει περίμετρο} \\ 3R \text{ και } (AOM) &= \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

Δ2. Οι χορδές AM, AN είναι πλευρές του κανονικού εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο (O,R).

$$\text{Άρα } \widehat{MAN} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ \text{ ή } \widehat{MAN} = \varphi_6 = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ.$$

$$\text{δηλ. } (\widehat{AMON}) = \frac{120}{360} \pi R^2 = \frac{\pi R^2}{3} \text{ και}$$

$$\text{περίμετρος}_{\widehat{AMON}} = AM + AN + l_{\widehat{MON}} = R + R + \frac{120}{180} \pi \cdot R = 2R + \frac{2\pi R}{3}.$$

Δ3. $E_{\widehat{MΔKOABN}} = E_{\text{κύκλου}} - 2(\widehat{AMON}) - 4(\tau) =$

$$= \pi R^2 - 2 \cdot \frac{\pi R^2}{3} - 4 \left[(\widehat{OMA}) - (\widehat{OMA}) \right] = \frac{\pi R^2}{3} - 4 \left(\frac{60}{360} \pi R^2 - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} \right) =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{2\pi R^2}{3} + R^2 \sqrt{3} = R^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

Δ4. $AM = \lambda_6 = R, \quad AK = \lambda_3 = R\sqrt{3}, \quad MK = \lambda_6 = R$

Οπότε $(\widehat{AMΔK}) = E_{\kappa} \text{ τμήματος } AKΔM - E_{\kappa} \text{ τμήματος } AZM =$

$$\begin{aligned} & (\widehat{OAK}) - (\widehat{OAK}) - (\widehat{OMA}) + (\widehat{OMA}) = \\ & = \frac{120}{360} \pi R^2 - \frac{1}{2} \lambda_3 \cdot \alpha_3 - \frac{60}{360} \pi R^2 + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \\ & \quad \frac{\pi R^2}{3} - \frac{1}{2} \frac{R}{2} R \sqrt{3} - \frac{\pi R^2}{6} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \\ & \quad \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi R^2}{6} = (\widehat{OMA}). \end{aligned}$$