

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ημερομηνία: Τετάρτη 7 Ιανουαρίου 2015

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1, \text{ όπου } \lambda_1 = \lambda_{\vec{\alpha}} \text{ και } \lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}, \text{ εφόσον } \vec{\alpha}, \vec{\beta} \parallel y'y.$$

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, τότε, $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ και αντιστρόφως.

β) Αν $\lambda \vec{\alpha} = \mu \vec{\alpha}$, τότε σε κάθε περίπτωση $\lambda = \mu$.

γ) Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$, όπου $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ σε κάθε περίπτωση παριστάνει ευθεία.

δ) Κάθε διάνυσμα $\vec{\alpha}$ του επιπέδου γράφεται κατά μοναδικό τρόπο στη μορφή $\vec{\alpha} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

ε) Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι ίσο με το άθροισμα των γινομένων των ομωνύμων συντεταγμένων τους.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου ισχύουν οι σχέσεις:

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} = (0, 5) \text{ και } 2\vec{\alpha} - \vec{\beta} = (3, 1).$$

B1. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (-1, 3)$.

(Μονάδες 7)

B2. Να υπολογίσετε την γωνία $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})}$.

(Μονάδες 9)

B3. Να βρείτε το διάνυσμα $\text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\alpha}$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία $A(-3, 2)$, $B(2, 3)$ και $\Gamma(4, 1)$ του επιπέδου Oxy .

Γ1. Να δείξετε ότι τα σημεία A , B και Γ δεν είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 7)

Γ2. Να δείξετε η μεσοκάθετος (ϵ) του ευθύγραμμου τμήματος $B\Gamma$ έχει εξίσωση $y = x - 1$.

(Μονάδες 8)

Γ3. Να βρείτε τις συντεταγμένες του συμμετρικού του σημείου A ως προς την ευθεία (ϵ).

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Δ

Σε ένα καρτεσιανό επίπεδο $Ox\eta$ θεωρούμε τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και τα σημεία $A(|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|, 0)$, $B(0, \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})$, έτσι ώστε το τρίγωνο OAB να είναι ισοσκελές.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$.

(Μονάδες 8)

Δ2. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας, που διέρχεται από τα σημεία A και B είναι $\epsilon_1: y = x - |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ ή $\epsilon_2: y = -x + |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$.

(Μονάδες 8)

Δ3. Αν η ευθεία $x = -1$ τέμνει τις διαφορετικές ευθείες $\epsilon_1: y = x - |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$, $\epsilon_2: y = -x + |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ στα Λ , K αντίστοιχα και ισχύει $\overrightarrow{OK} \cdot \overrightarrow{OL} = -3$, να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

(Μονάδες 9)

Σας ευχόμαστε Επιτυχία