

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΆΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Δευτέρα 5 Ιανουαρίου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

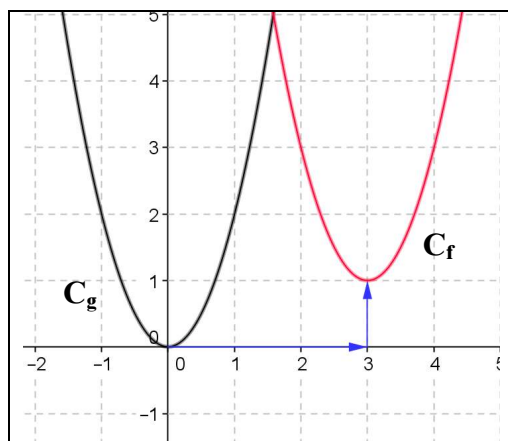
A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 61.

A2. Λ, Σ, Σ, Λ, Λ.

ΘΕΜΑ Β

B1. $2(x-3)^2 + 1 = 2(x^2 - 6x + 9) + 1 = 2x^2 - 12x + 18 + 1 = 2x^2 - 12x + 19 = f(x)$.

B2. Η C_f προκύπτει από μετατόπιση της C_g κατά 3 μονάδες οριζόντια προς τα δεξιά και κατά 1 μονάδα κατακόρυφα προς τα πάνω.



B3. Είναι η $f(x)$ γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 3]$ και γνησίως αύξουσα στο $[3, +\infty)$. Παρουσιάζει ελάχιστο αν $x = 3$ το $f(3) = 2(3-3)^2 + 1 = 1$.

ΘΕΜΑ Γ

$$\begin{aligned} \Gamma 1. \quad f(x) &= \frac{1}{\sigma \nu \nu x} - \frac{\sigma \nu \nu x}{1 + \eta \mu x} = \frac{1 + \eta \mu x - \sigma \nu \nu^2 x}{\sigma \nu \nu x(1 + \eta \mu x)} = \\ &= \frac{\eta \mu x + \eta \mu^2 x}{\sigma \nu \nu x(1 + \eta \mu x)} = \frac{\eta \mu x (1 + \eta \mu x)}{\sigma \nu \nu x (1 + \eta \mu x)} = \varepsilon \varphi x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma 2. \quad & \sqrt{12} \varepsilon \varphi \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) - 2009 \varepsilon \varphi \left(\frac{35\pi}{4} \right) = \\ &= \sqrt{12} \varepsilon \varphi \frac{\pi}{3} - 2009 \varepsilon \varphi \left(\frac{3\pi}{4} + \frac{32\pi}{4} \right) = \\ &= \sqrt{12} \varepsilon \varphi \frac{\pi}{3} - 2009 \varepsilon \varphi \left(\frac{3\pi}{4} + 8\pi \right) = \sqrt{12} \varepsilon \varphi \frac{\pi}{3} - 2009 \varepsilon \varphi \left(\frac{3\pi}{4} \right) = \\ &= \sqrt{12} \varepsilon \varphi \frac{\pi}{3} - 2009 \varepsilon \varphi \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{12} \varepsilon \varphi \frac{\pi}{3} + 2009 \varepsilon \varphi \left(\frac{\pi}{4} \right) = \\ &= \sqrt{12} \sqrt{3} + 2009 \cdot 1 = 6 + 2009 = 2015. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma 3. \quad f(x) &= -\varepsilon \varphi \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \varepsilon \varphi x = \varepsilon \varphi \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} - x + \kappa \pi \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + \kappa \pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\kappa \pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\begin{aligned} \Delta 1. \quad \alpha) \quad D &= \begin{vmatrix} \lambda+1 & 8 \\ \lambda & \lambda+3 \end{vmatrix} = (\lambda+1)(\lambda+3) - 8\lambda = \lambda^2 + 3\lambda + \lambda + 3 - 8\lambda = \\ &= \lambda^2 - 4\lambda + 3 = (\lambda-1)(\lambda-3). \\ D_x &= \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 2 & \lambda+3 \end{vmatrix} = 4\lambda + 12 - 16 = 4\lambda - 4 = 4(\lambda-1). \\ D_y &= \begin{vmatrix} \lambda+1 & 4 \\ \lambda & 2 \end{vmatrix} = 2\lambda + 2 - 4\lambda = 2 - 2\lambda = -2(\lambda-1). \end{aligned}$$

Δ2. Το σύστημα έχει μοναδική λύση αν $D \neq 0 \Leftrightarrow \lambda \neq 1$ και $\lambda \neq 3$. Τότε η λύση είναι:

$$(x_0, y_0) = \left(\frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D} \right) = \left(\frac{4(\lambda-1)}{(\lambda-1)(\lambda-3)}, \frac{-2(\lambda-1)}{(\lambda-1)(\lambda-3)} \right) = \left(\frac{4}{\lambda-3}, \frac{-2}{\lambda-3} \right).$$

$$\begin{aligned} \text{Η λύση επαληθεύει την εξίσωση } x_0 + y_0 = 2 &\Leftrightarrow \frac{4}{\lambda - 3} + \frac{-2}{\lambda - 3} = 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 4 - 2 = 2(\lambda - 3) \Leftrightarrow 2 = 2\lambda - 6 \Leftrightarrow 2\lambda = 8 \Leftrightarrow \lambda = 4. \end{aligned}$$

$$\text{Τότε } (x_0, y_0) = \left(\frac{4}{4-3}, \frac{-2}{4-3} \right) = (4, -2).$$

Δ3. Η συνάρτηση για $\lambda = 4$, $x_0 = 4$, $y_0 = -2$ γράφεται

$$g(t) = 4\eta\mu\left(\frac{-2\pi}{6(-2)}t\right) + 4 = 4\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 4$$

που έχει περίοδο $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12$ και μέγιστη τιμή $M = 4 \cdot 1 + 4 = 8$ και ελάχιστη

τιμή $\varepsilon = 4(-1) + 4 = 0$.