

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΆΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Δευτέρα 5 Ιανουαρίου 2015

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Δείξτε ότι $\varepsilon\varphi\omega \cdot \sigma\varphi\omega = 1$.

(15 μονάδες)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν σ' ένα γραμμικό σύστημα 2×2 είναι $D = 0$, τότε το σύστημα έχει κατ' ανάγκη άπειρες λύσεις.

β. Η συνάρτηση $f(x) = \sin x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$.

γ. Η περιττή συνάρτηση έχει γραφική παράσταση συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων $O(0, 0)$.

δ. Ισχύει $\sin 2\alpha = \eta\mu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha$.

ε. Η συνάρτηση $f(x)$, με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , παρουσιάζει ελάχιστο (ολικό) στο $x_0 \in A$, αν $f(x_0) \geq f(x)$ για κάθε $x \in A$.

(5·2 μονάδες)

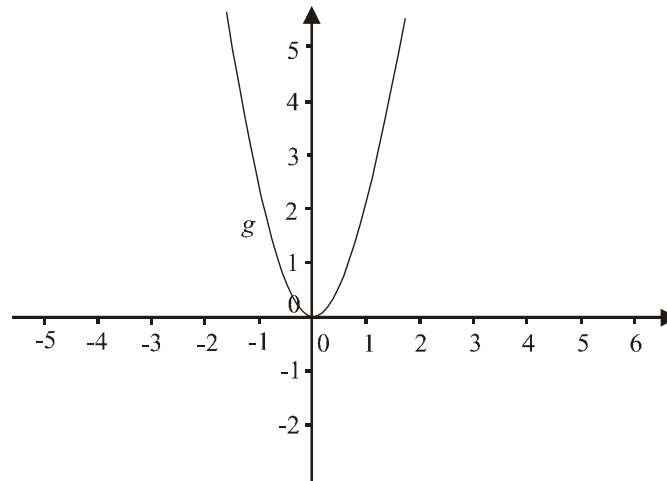
ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$.

B1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f γράφεται στη μορφή: $f(x) = 2(x-3)^2 + 1$.

(Μονάδες 9)

B2. Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2x^2$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και να εξηγήσετε πως αυτή προκύπτει μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της g .



(Μονάδες 8)

B3. Από τη γραφική παράσταση της f να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, το είδος του ακροτάτου, καθώς και την τιμή του.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x}$.

Γ1. Δείξτε ότι $f(x) = \varepsilon\varphi x$ για κάθε $x \neq \frac{\pi}{2} + \kappa\pi$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.

(Μονάδες 8)

Γ2. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $A = \sqrt{12}f\left(\frac{4\pi}{3}\right) - 2009f\left(\frac{35\pi}{4}\right)$.

(Μονάδες 9)

Γ3. Λύστε την εξίσωση $f(x) = -\varepsilon\varphi\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} (\lambda+1)x+8y=4 \\ \lambda x+(\lambda+3)y=2 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}.$

- Δ1. α)** Να υπολογίσετε τις ορίζουσες D, D_x, D_y . **(Μονάδες 6)**
- β)** Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ το σύστημα έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) ;
Υπολογίστε την μοναδική λύση (x_0, y_0) συναρτήσει του λ . **(Μονάδες 4)**
- Δ2.** Να βρείτε την τιμή του λ για την οποία η μοναδική λύση (x_0, y_0) επαληθεύει την εξίσωση $x_0 + y_0 = 2$. Βρείτε τότε την λύση (x_0, y_0) . **(Μονάδες 9)**
- Δ3.** Δίνεται η συνάρτηση $g(t) = \lambda \cdot \eta\mu\left(\frac{-2\pi}{6y_0} \cdot t\right) + x_0$, όπου, λ, x_0, y_0 οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα Δ2. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης, καθώς και την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή της. **(Μονάδες 6)**