Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.1. Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το $x-\rho$ αν και μόνο αν, το ρ είναι ρίζα του P(x), δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

9 ΜΟΡΙΑ

Α.2. Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται μηδενικό πολυώνυμο; Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται πολυώνυμο μηδενικού βαθμού;

3 ΜΟΡΙΑ

Β.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου α_ν με πρώτο όρο α_1 και λόγο $\lambda \neq 1$ δίνεται από τον τύπο $\Sigma_\nu = \dfrac{\alpha_1\left(\lambda^\nu - 1\right)}{\lambda - 1}$

β. Ο σταθερός όρος του πολυωνύμου $P(x) = (x^2-1)^{2009} + 2007x + 2009$ είναι 2009.

γ. Η παράσταση $A = e^{\ln 10} + 10^{\log e}$ είναι ίση με 10+e .

δ. Αν $\text{συν}(\alpha+\beta) \neq 0$, $\text{συν}\alpha \neq 0$ και $\text{συν}\beta \neq 0$ τότε ισχύει $\text{εφ}(\alpha\text{-}\beta)=\dfrac{\text{εφ}\alpha+\text{εφ}\beta}{1\text{-εφ}\alpha.\text{εφ}\beta}$.

ε. Αν η διαίρεση ενός πολυωνύμου P(x) 4ου βαθμού δια του x^2+1 δεν είναι τέλεια τότε το υπόλοιπο είναι πολυώνυμο το πολύ 1ου βαθμού.

5 ΜΟΡΙΑ

Β.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^{2009} + 3\lambda x - 4$, όπου λ πραγματικός αριθμός, έχει παράγοντα το $x - 1$, τότε το λ είναι:

Α: -2
Β: 2
Γ: 1
Δ: 0
Ε: -1

2 ΜΟΡΙΑ

Β.3. Για ποιες τιμές του α η συνάρτηση $f(x)=\left(\frac{\alpha\text{-}2}{\alpha+2}\right)^x$ έχει νόημα στο R.

Α. $\alpha > -2$
Β. $\alpha < 2$
Γ. $-2 < \alpha < 2$
Δ. $\alpha < -2$ ή $\alpha > 2$
Ε. $\alpha \leq -2$ ή $\alpha \geq 2$

2 ΜΟΡΙΑ

Β.4. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της Στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης Β που είναι λύση της εξίσωσης της Στήλης Α.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Α. $2^x=32$	**1.** x=9
Β. $\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{8}{27}$	**2.** x=10
Γ. $\log_3 x=2$	**3.** x=5
Δ. $\log_x 0,001=\text{-}3$	**4.** x=-3
	5. $x=\frac{1}{10}$

4 ΜΟΡΙΑ

ΘΕΜΑ 2^o

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3\text{-}(\alpha+3)x^2+(2\beta+1)x\text{-}2\alpha$, όπου α και β είναι πραγματικοί αριθμοί.

α) Αν ο αριθμός 2 είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) δια του x+1 είναι -18, να βρεθούν τα α και β.

10 ΜΟΡΙΑ

β) Για α=2 και $\beta=\frac{7}{2}$:

i) Να λυθεί η εξίσωση P(x)=0 .

5 ΜΟΡΙΑ

ii) Να γίνει η διαίρεση του πολυωνύμου P(x) δια του πολυωνύμου x^2+1 και να γραφεί το P(x) με την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

5 ΜΟΡΙΑ

iii) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \geq 7x+1$.

5 ΜΟΡΙΑ

ΘΕΜΑ 3ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = συνx$.

α) Να λυθεί η εξίσωση $f(2x)+3f(x)+2=0$

6 ΜΟΡΙΑ

β) Αν $x=\frac{\pi}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$L=\left[1+f(x)+f^2(x)+...+f^{10}(x)\right]2^{10}-38$

7 ΜΟΡΙΑ

B. Δίνεται η συνάρτηση $g(x)=(1-2\alpha)^x$, $x\in R$

α) Για ποιες πραγματικές τιμές του α ορίζεται στο R η συνάρτηση g και είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

6 ΜΟΡΙΑ

β) Για α=-1 να λυθεί η εξίσωση $g(ημ^2x)+g(συν^2x)=2\sqrt{3}$.

6 ΜΟΡΙΑ

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{2\ln x+1}{2\ln x-1}$.

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και το σημείο τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα x΄x..

6 ΜΟΡΙΑ

β) Να δείξετε ότι $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{f(x)}$ για κάθε $x>0$ και $x\neq e^{\frac{1}{2}}$, $x\neq e^{-\frac{1}{2}}$.

6 ΜΟΡΙΑ

γ) Να λυθεί η εξίσωση $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3$ για κάθε $x>0$ και $x\neq e^{\frac{1}{2}}$, $x\neq e^{-\frac{1}{2}}$.

7 ΜΟΡΙΑ

δ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$A=\ln f(e^{1000})+\ln f(e^{1001})+\ln f(e^{1002})+\ln f(e^{1003})+\ln f(e^{1004})$

6 ΜΟΡΙΑ