Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α) Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, να αποδείξετε ότι για κάθε $\theta > 0$ και $\kappa \in R$ ισχύει: $\log_\alpha \theta^\kappa = \kappa \cdot \log_\alpha \theta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Για κάθε $x \in R$ ισχύει $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$.

β) Το π είναι λύση της εξίσωσης συνx + 1 = ημ2x.

γ) Η εξίσωση $x^4 + 3x^2 + x + 1 = 0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

δ) Ισχύει $5 = \ln e^5$.

ε) Αν (α_ν), $\nu \in N^*$ είναι μία αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega \neq 0$, τότε ισχύει: $\alpha_{2007} - \alpha_{2008} = \omega$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ) Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση, δίπλα στον αριθμό κάθε ερώτησης.

1. Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^x$ με $\alpha > 1$ είναι :

Α. γνησίως αύξουσα στο R
Β. σταθερή στο R
Γ. γνησίως φθίνουσα στο R
Δ. κανένα από τα προηγούμενα

2. Αν x > 0 και ισχύει $\ln\sqrt{x} = 3$, τότε :

Α. $x = e^4$
Β. $x = e^6$
Γ. $x = e^3$
Δ. $x = e^9$

3. Η εξίσωση ημxσυν3x + ημ3xσυνx = 4, x∈R:

Α. έχει λύση το x = 0
Β. έχει λύση το $x = \frac{\pi}{2}$
Γ. έχει λύση το x = π
Δ. είναι αδύνατη

4. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το x–1, τότε έχει οπωσδήποτε παράγοντα και το

Α. x+1
Β. –x–1
Γ. 1–x
Δ. κανένα από τα προηγούμενα.

5. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=e^x$ και $g(x)=\ln x$ είναι συμμετρικές ως προς :
Α. τον άξονα y΄y **Β.** την ευθεία y = x
Γ. τον άξονα χ΄χ **Δ.** την ευθεία y = 2x

6. Το πολυώνυμο $P(x)=\left(\lambda^2-1\right)x^3+\left(\lambda^3-1\right)x^2+\left(\lambda-1\right)x+\left(\lambda^2+\lambda-2\right)$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο, όταν το λ ισούται με :
Α. 1 **Β.** –1
Γ. –2 **Δ.** κανένα από τα προηγούμενα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 12

ΘΕΜΑ 2^0

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3–5x^2+16x–12$ και $F(x) = x^2+5x–6$.

α) Να λύσετε την εξίσωση P(x) = F(x) (1).

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

β) Να βρείτε το διάστημα, που ανήκει το x, έτσι ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης P(x), να βρίσκεται κάτω από τον άξονα x΄x.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

γ) Έστω $(\alpha_\nu), \nu\in N^*$ μία γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης (1) και λόγο λ τη μεσαία ρίζα της (1), τότε:

i) Να υπολογίσετε την τάξη του όρου της γεωμετρικής προόδου α_ν, που ισούται με 192.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\dfrac{\alpha_{2008}}{\alpha_{2007}}\cdot\dfrac{\alpha_{2005}}{\alpha_{2006}}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

ΘΕΜΑ 3^0

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{\eta\mu 4x+2\eta\mu 2x}{\sigma\upsilon\nu x}$, με $x\neq\kappa\pi+\dfrac{\pi}{2}, \kappa\in Z$.

α) Να αποδείξετε ότι: $f(x) = 8\eta\mu x–8\eta\mu^3 x$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

β) Να λύσετε την εξίσωση f(x) = 16ημx.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

γ) Να αποδείξετε ότι, οι αριθμοί $f(-\frac{\pi}{6})$, $f(0)$, $f(\frac{\pi}{6})$ με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

ΘΕΜΑ 4^{o}

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\ln(x+\alpha-\beta)$,όπου $\alpha, \beta \in R$.

Α. Αν $\ln 6+f(\frac{\pi}{2})-\ln 5=\ln \pi$,τότε:

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha-\beta=\frac{\pi}{3}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

β) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu(e^{f(x)})\cdot \sigma\upsilon\nu(e^{f(x)})=\frac{1}{2}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Β. Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $\chi'\chi$ στο σημείο Α(1,0), τότε:

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha-\beta=0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

β) Να λύσετε την ανίσωση $16\cdot 2^{f(x)}<2^{\ln(2e^4)}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ