



**Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ**

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A α) Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης A με ένα και μόνο ένα στοιχείο της στήλης B που είναι ίσο

Στήλη A	Στήλη B
A. $\epsilon\phi 2\alpha$	1. $1-2\eta\mu^2\alpha$
B. $\sigma\upsilon\nu 2\alpha$	2. $\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta-\eta\mu\alpha\eta\mu\beta$
Γ. $\sigma\upsilon\nu^2\alpha$	3. $\frac{2\epsilon\phi\alpha}{1-\epsilon\phi^2\alpha}$
Δ. $\eta\mu(\alpha-\beta)$	4. $\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta-\eta\mu\beta\sigma\upsilon\nu\alpha$
	5. $\frac{1-\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$
	6. $\frac{1+\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$

Μονάδες 5

β) Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) με λόγο $\lambda \neq 1$ είναι $S_n = a_1 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$

Να εξετάσετε και την περίπτωση $\lambda=1$

Μονάδες 10

B. α) Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Η τιμή της παράστασης $A = \sigma\upsilon\nu 64^0 \sigma\upsilon\nu 26^0 - \eta\mu 64^0 \eta\mu 26^0$ είναι :

i) α. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ β. 0 γ. 1 δ. -1

ii) Η τιμή της παράστασης $10^{1-\log 2}$ είναι
α. 1 β. 5 γ. 2 δ. 10

Μονάδες 5

β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση:

α. Αν σε μια ακολουθία είναι $a_n \neq 0$ και $\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{\lambda}$ για κάθε $n \in \mathbb{N}^*$ τότε η ακολουθία (a_n) είναι γεωμετρική πρόοδος με λόγο λ

β. Ισχύει ότι: $2\eta\mu 15^\circ \sigma\upsilon\nu 15^\circ = \frac{1}{2}$

γ. Ισχύει ότι: $\sigma\upsilon\nu^2 30^\circ - \eta\mu^2 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ$

δ. $\log_a(\theta_1 + \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$

ε. $\frac{\log_a \theta_1}{\log_a \theta_2} = \log_a \theta_1 - \log_a \theta_2$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 20$ με $a, b \in \mathbb{R}$

α) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης με το $x+1$ είναι το -16 να αποδείξετε ότι $a=12$ και $b=6$

Μονάδες 8

β) Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$

Μονάδες 8

γ) Να λυθεί η ανίσωση $P(x)>0$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3°

α) Να λύσετε την εξίσωση $\epsilon\phi x = -\sqrt{3}$

Μονάδες 5

β) Θεωρούμε τους θετικούς πραγματικούς $x_k = k\pi - \frac{\pi}{3}$, $k=1,2,3,\dots$

i) Να δείξετε ότι είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να βρείτε τον πρώτο όρο και την διαφορά της

Μονάδες 5

ii) Να βρείτε το k ώστε ο αριθμός $\frac{6017\pi}{3}$ να είναι λύση της παραπάνω εξίσωσης

Μονάδες 7

iii) Να υπολογίσετε το άθροισμα $x_1 + x_2 + \dots + x_{30}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \ln x$, $x > 0$

α. Να λύσετε την εξίσωση $f(2-\eta\mu x) - f(\sigma\upsilon\nu 2x) = f(3)$ αν $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$

Μονάδες 6

β. Αν $a > 0$ και $f(a) + f(a^2) + \dots + f(a^{100}) = 5050$ να αποδείξετε ότι $a = e$

Μονάδες 6

γ. Έστω $a, \beta, \gamma > 0$. Να αποδείξετε ότι: αν οι $f(a)$, $f(\beta)$, $f(\gamma)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε οι a, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

Μονάδες 5

δ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x)\sqrt{f(x)} + f(x) - 12 > 0$

Μονάδες 8