ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 18 Απριλίου 2026
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σελίδα 90 σχολικού βιβλίου .

Α2.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι			
Οριζόντια		Κάθετα	
1.	ΤΡΙΩΝΥΜΟ	1.	ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ
2.	ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ	2.	ΑΔΥΝΑΤΗ
3.	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ		

Α3 **α.** Λ
β. Σ
γ. Σ
δ. Σ
ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\sqrt[3]{8}|x|+|-x|-6=0 \Leftrightarrow 2|x|+|x|-6=0 \Leftrightarrow 3|x|-6=0 \Leftrightarrow 3|x|=6 \Leftrightarrow$

$|x|=2 \Leftrightarrow x=2$ ή $x=-2$.

Β2. $\frac{x-2}{3}-x<\frac{3+x}{2}-1 \Leftrightarrow 6\cdot\frac{x-2}{3}-6\cdot x<6\cdot\frac{3+x}{2}-6\cdot 1 \Leftrightarrow$

$2\cdot(x-2)-6x<3\cdot(3+x)-6 \Leftrightarrow 2x-4-6x<9+3x-6 \Leftrightarrow$

$2x-6x-3x<4+9-6 \Leftrightarrow -7x<7 \Leftrightarrow \frac{-7x}{-7}>\frac{7}{-7} \Leftrightarrow x>-1$.

Β3. i) $|x-3| \le 2 \Leftrightarrow -2 \le x-3 \le 2 \overset{+3}{\Leftrightarrow} -2+3 \le x-3+3 \le 2+3 \Leftrightarrow 1 \le x \le 5$.

ii) $|x-6| > 2 \Leftrightarrow x-6>2$ ή $x-6<-2 \Leftrightarrow x>6+2$ ή $x<6-2 \Leftrightarrow$

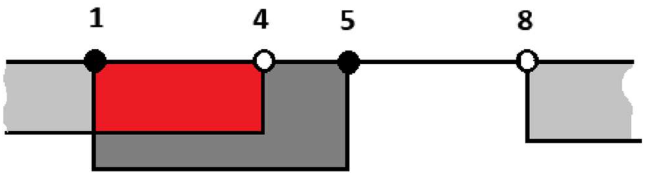
$x>8$ ή $x<4$.

Β4. i) Η ανίσωση $|x-3| \le 2$ περιγράφει τις δυνατές θέσεις εξυπηρέτησης.

ii) Από την ανίσωση $|x-3| \le 2$ έχουμε ότι $1 \le x \le 5$ από Β3 i) δηλαδή ο διανομέας εξυπηρετεί τις θέσεις από το 1 έως και το 5.

Επιτρέπεται η κυκλοφορία σε απόσταση μεγαλύτερη των 2km από τη σημείο των έργων δηλαδή είναι η ανίσωση $|x-6| > 2$ με λύσεις $x>8$ ή $x<4$ από το Β3 ii).

Οπότε οι θέσεις που μπορεί να εξυπηρετήσει ο διανομέας είναι οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.



Οι κοινές λύσεις των ανισώσεων είναι: $x \in [1,4)$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\alpha = \sqrt{2\sqrt{2}-2} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}+2} = \sqrt{(2\sqrt{2}-2)\cdot(2\sqrt{2}+2)} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} \Leftrightarrow$

$\alpha = \sqrt{2^2\sqrt{2}^2 - 2^2} = \sqrt{4\cdot 2 - 4} = \sqrt{8-4} = \sqrt{4} = 2$.

Επειδή η συνάρτηση διέρχεται από το σημείο $(2,5)$ θα ισχύει:

$f(2) = 5 \Leftrightarrow 2^2 + \alpha \cdot 2 + \beta = 5 \overset{\alpha=2}{\Leftrightarrow} 4 + 2\cdot 2 + \beta = 5 \Leftrightarrow 4+4+\beta = 5 \Leftrightarrow \beta = -3$

Οπότε η συνάρτηση έχει τύπο: $f(x) = x^2 + 2x - 3$ με πεδίο ορισμού $x \in \Re$.

Γ2. i) Για $x=0$ έχουμε $f(0) = 0^2 + 2\cdot 0 - 3 = -3$. Άρα τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο $(0,-3)$.

Για $f(x) = 0$ έχουμε $x^2 + 2x - 3 = 0$.

$\Delta = 2^2 - 4\cdot 1\cdot(-3) = 4 + 12 = 16 > 0$, οπότε $x_{1,2} = \dfrac{-2\pm\sqrt{16}}{2\cdot 1} = \dfrac{-2\pm 4}{2} \Leftrightarrow$

$x_1 = \dfrac{-2+4}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ ή $x_2 = \dfrac{-2-4}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3$.

Άρα τέμνει τον άξονα xx' στα σημεία $(1,0)$ και $(-3,0)$.

ii) Για να είναι η συνάρτηση f κάτω από τον xx' άξονα, θα πρέπει να λύσουμε την ανίσωση: $f(x) < 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 < 0$.

Από το i) ερώτημα με ρίζες τις $-3, 1$ έχουμε τον εξής πίνακα προσήμων:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
x^2+2x-3		+	0	−	0	+	

Άρα $x \in (-3,1)$.

Γ3. i) $\alpha_1 = f(-1) = (-1)^2 + 2\cdot(-1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$.

$\alpha_2 = f(3) = 3^2 + 2\cdot 3 - 3 = 9 + 6 - 3 = 12$.

$\omega = \alpha_2 - \alpha_1 = 12 - (-4) = 12 + 4 = 16$.

ii) Από τον τύπο του $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\cdot\omega$, βάζοντας όπου $\nu = 14$, $\alpha_1 = -4$ και $\omega = 16$ έχουμε: $\alpha_{14} = -4 + (14-1)\cdot 16 = -4 + 13\cdot 16 = -4 + 208 = 204$.

iii) <u>1ος τρόπος:</u>

Από τον τύπο $S_\nu = \dfrac{\nu}{2}\cdot\left[2\cdot\alpha_1 + (\nu-1)\cdot\omega\right]$, βάζοντας όπου $\nu = 14$, $\alpha_1 = -4$ και $\omega = 16$ έχουμε:

$$S_{14} = \frac{14}{2}\cdot\left[2\cdot(-4) + (14-1)\cdot 16\right] = 7\cdot\left[-8 + 13\cdot 16\right] = 7\cdot\left[-8+208\right] = 7\cdot 200 = 1400$$

<u>2ος τρόπος:</u>

Από τον τύπο $S_\nu = \dfrac{\nu}{2}\cdot\left[\alpha_1 + \alpha_\nu\right]$ έχουμε: $S_{14} = \dfrac{14}{2}\cdot\left[\alpha_1 + \alpha_{14}\right] \Leftrightarrow$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\cdot\left[-4 + 204\right] = 7\cdot 200 = 1400.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. i) $\Delta=(-1)^2-4\cdot\frac{1}{4}\cdot(2\lambda-\lambda^2)=1-(2\lambda-\lambda^2)=1-2\lambda+\lambda^2=\lambda^2-2\lambda+1$

δηλαδή $\Delta=(\lambda-1)^2$. Επειδή $\Delta=(\lambda-1)^2\geq 0$ το τριώνυμο θα έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda\in\Re$.

Δ2. i) Πρέπει να ισχύει $\Delta>0\Leftrightarrow(\lambda-1)^2>0\Leftrightarrow\lambda-1\neq 0\Leftrightarrow\lambda\neq 1$ και

$P<0$ δηλαδή $\frac{\gamma}{\alpha}<0\Leftrightarrow\frac{2\lambda-\lambda^2}{\frac{1}{4}}<0\Leftrightarrow 2\lambda-\lambda^2<0$

λ	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$2\lambda-\lambda^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Άρα $\lambda=(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$.

Δ3. Το πρόσημο τιμών του τριωνύμου είναι το εξής:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Έχουμε $\alpha<x_1<x_2<\beta$, την στιγμή που οι τιμές x_1,x_2 είναι ετερόσημες θα ισχύει ότι: $\alpha<x_1<0$ και $0<x_2<\beta$. Από το παρακάτω σχήμα θα ισχύει:

x	$-\infty$	α	$x_1<0$		$x_2>0$	β	$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\alpha\in(-\infty,x_1)$ για αυτό το $f(\alpha)>0$ και το $\beta\in(x_2,+\infty)$ για αυτό το $f(\beta)>0$, οπότε το πηλίκο $\frac{\alpha\cdot f(\alpha)}{\beta\cdot f(\beta)}<0$.

Δ4. Για $\lambda=3$ έχουμε: $\frac{1}{4}x^2-x+(2\cdot 3-3^2)=0\Leftrightarrow\frac{1}{4}x^2-x+(6-9)=0\Leftrightarrow\frac{1}{4}x^2-x-3=0$

<u>1ος τρόπος:</u>

Με ρίζες x_1, x_2 όπου $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-1}{\frac{1}{4}} = 4$ και

$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{-3}{\frac{1}{4}} = -12$.

Η νέα εξίσωση θα είναι της μορφής $x^2 - S'x + P' = 0$ με ρίζες x_1^2 και x_2^2,

άρα $S' = x_1^2 + x_2^2 = \left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2P = 4^2 - 2\cdot\left(-12\right) = 16 + 24 = 40$

και $P' = x_1^2 \cdot x_2^2 = \left(x_1 \cdot x_2\right)^2 = P^2 = \left(-12\right)^2 = 144$.

Η εξίσωση θα είναι η: $x^2 - 40x + 144 = 0$.

<u>2ος τρόπος:</u>

$\Delta = \left(-1\right)^2 - 4\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(-3\right) = 1 + 3 = 4 > 0$, οπότε $x_{1,2} = \frac{-\left(-1\right) \pm \sqrt{4}}{2\cdot\frac{1}{4}} = \frac{1 \pm 2}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow$

$x_1 = \frac{1+2}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$ ή $x_2 = \frac{1-2}{\frac{1}{2}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$.

Η νέα εξίσωση θα είναι της μορφής $x^2 - S'x + P' = 0$ με ρίζες x_1^2 και x_2^2,

άρα $S' = x_1^2 + x_2^2 = 6^2 + \left(-2\right)^2 = 36 + 4 = 40$ και $P' = x_1^2 \cdot x_2^2 = 6^2 \cdot \left(-2\right)^2 = 36 \cdot 4 = 144$.

Η εξίσωση θα είναι η: $x^2 - 40x + 144 = 0$.