

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 10 Ιανουαρίου 2026

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ ΑΑ1. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.

Μονάδες 10

Α2. Για ποιες τιμές του x είναι ορθές οι ισοδυναμίες στην παρακάτω ανισοτική σχέση:

$$(x-2)^2 > x-2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{(x-2)^2}{x-2} > \frac{x-2}{x-2} \Leftrightarrow$$

$$x-2 > 1.$$

α) $x > 2$ β) $x < 2$ γ) $x \neq 2$ δ) $x \in \mathbb{R}$

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.α. Η εξίσωση $x^v = \alpha$ με $\alpha < 0$ και v άρτιο φυσικό αριθμό είναι αδύνατη.β. Ισχύει ότι $d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$.γ. Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$.δ. Ισχύει ότι $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$.ε. Αν $\alpha^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

B1. $4|2x-1|-12=0.$

Μονάδες 6

B2. $(x-3)^2+3(x-3)=0.$

Μονάδες 6

B3. $(1-x)^5-32=0.$

Μονάδες 5

B4. $\frac{1-x^2}{x^2-4}+\frac{x}{x+2}=\frac{3}{x-2}.$

Μονάδες 8**ΘΕΜΑ Γ****Γ1.** Δίνεται η παράσταση $\kappa=\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{3}$, να δείξετε ότι $\kappa=3$.**Μονάδες 4****Γ2.** Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση

$$A=\frac{x^2-6|x|+9}{|x|-\kappa},$$
 όπου κ η τιμή του Γ1 και να δείξετε ότι παίρνει την μορφή

$$A=|x|-3.$$

Μονάδες 6**Γ3.** Δίνεται η παράσταση $B=\sqrt{4y^2+12y+9}$, να δείξετε ότι ορίζεται για κάθε

$$y\in\mathbb{R}$$
 και γράφεται $B=|2y+3|.$

Μονάδες 5**Γ4.** Για $x\in(2,5)$ και $-3<y<-2$ i) Να δείξετε ότι $A+B=x-2y-6$ **Μονάδες 5**ii) Να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών περιέχεται η τιμή της παράστασης $A+B$ **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται $\lambda = \frac{(2+\sqrt{2})^2 + (2-\sqrt{2})^2}{4}$, να δείξετε ότι $\lambda = 3$.

Μονάδες 5

Δ2. Δίνεται $\theta = \frac{2\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - \frac{3}{\sqrt{3}} - 1$, να δείξετε ότι $\theta = 2$.

Μονάδες 5

Για $\lambda = 3$ και $\theta = 2$.

Δ3. Έστω η εξίσωση: $(\kappa^2 - 4\kappa + \theta^2) \cdot x = \kappa^2 - (\lambda - 1)^2$ με παράμετρο $\kappa \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε τις τιμές του κ , για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση x_0 και να προσδιορίσετε ότι η λύση της εξίσωσης είναι η $x_0 = \frac{\kappa+2}{\kappa-2}$.

Μονάδες 4+2

Δ4. Σε έναν άξονα τα σημεία Α, Β, και Μ αντιστοιχούν στους αριθμούς -2, 2 και κ αντίστοιχα.

i) Αν ισχύει $|x_0| = 1$, με x_0 η λύση του προηγούμενου ερωτήματος ποια η γεωμετρική ιδιότητα του σημείου Μ, να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

ii) Αν ισχύει $|x_0| = 1$, να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό κ που αντιστοιχεί στο σημείο Μ είτε με την χρήση του άξονα είτε αλγεβρικά.

Μονάδες 5