

	ΟΜΟΣΠΟΝΔΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ (Ο.Ε.Φ.Ε.) – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ	
	ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024 Β΄ ΦΑΣΗ	E_3.Γλ1Α(α)

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 27 Απριλίου 2024
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σελίδα 68 σχολικού βιβλίου.

- A2**
- α) Λάθος
 - β) Λάθος
 - γ) Σωστό
 - δ) Σωστό
 - ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΟΑΜ και ΟΒΜ :

- ΟΜ (κοινή πλευρά)
- ΟΑ = ΟΒ (υπόθεση)
- $\hat{A}\hat{O}M = \hat{B}\hat{O}M$ (Οδ διχοτόμος)

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

B2. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΓΜ και ΒΔΜ:

- $\hat{A}\hat{M}\Gamma = \hat{B}\hat{M}\Delta$ (ως κατακορυφήν γωνίες)
- ΑΜ = ΒΜ (από το ερώτημα Β1)
- $\hat{M}\hat{A}\Gamma = \hat{M}\hat{B}\Delta$ (ως παραπληρωματικές των ίσων γωνιών $\hat{O}\hat{A}M$ και $\hat{O}\hat{B}M$)

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΓΠΓ τα τρίγωνα είναι ίσα , οπότε $ΑΓ = ΒΔ$.

B3. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $ΟΜΓ$ και $ΟΜΔ$:

- $ΟΜ$ (κοινή πλευρά)
- $ΜΓ = ΜΔ$ (από το ερώτημα Β2)
- $ΟΓ = ΟΔ$ (ως άθροισμα ίσων πλευρών) $ΟΑ = ΟΒ$

$$\begin{array}{r} + \quad ΑΓ = ΒΔ \\ \hline ΟΓ = ΟΔ \end{array}$$

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΠΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

2^η λύση:

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $ΟΜΓ$ και $ΟΜΔ$:

- $ΟΜ$ (κοινή πλευρά)
- $\hat{ΓΟΜ} = \hat{ΔΟΜ}$ ($Οδ$ διχοτόμος)
- $ΟΓ = ΟΔ$ (ως άθροισμα ίσων πλευρών) $ΟΑ = ΟΒ$

$$\begin{array}{r} + \quad ΑΓ = ΒΔ \\ \hline ΟΓ = ΟΔ \end{array}$$

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

B4. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $ΟΑΔ$ και $ΟΒΓ$:

- $ΟΑ = ΟΒ$ (υπόθεση)
- $\hat{ΧΟΥ}$ (κοινή γωνία)
- $ΟΓ = ΟΔ$ (ως άθροισμα ίσων πλευρών) $ΟΑ = ΟΒ$

$$\begin{array}{r} + \quad ΑΓ = ΒΔ \\ \hline ΟΓ = ΟΔ \end{array}$$

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

2^η λύση:

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $ΟΑΔ$ και $ΟΒΓ$:

- $ΟΑ = ΟΒ$ (υπόθεση)
- $ΑΔ = ΒΓ$ (ως άθροισμα ίσων πλευρών $ΑΜ = ΒΜ$

$$\begin{array}{r} + \quad ΜΔ = ΜΓ \\ \hline ΑΔ = ΒΓ \end{array}$$

- $ΟΔ = ΟΓ$ (ως άθροισμα ίσων πλευρών $ΟΒ = ΟΑ$

$$\begin{array}{r} + \quad ΒΔ = ΑΓ \\ \hline ΟΔ = ΟΓ \end{array}$$

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΠΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το τρίγωνο $ΕΒΖ$ είναι ορθογώνιο και επειδή $\hat{Β} = 60^\circ$ έχουμε ότι

$$\hat{ΕΖΒ} = 30^\circ, \text{ άρα } BE = \frac{BZ}{2} = \frac{2BΓ}{2} = BΓ \Leftrightarrow BE = BΓ.$$

Επίσης το $ΑΒΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο οπότε $ΑΔ = ΒΓ$.

$$\text{Άρα } \left. \begin{array}{l} BE = BΓ \\ ΑΔ = ΒΓ \end{array} \right\} \Leftrightarrow BE = ΑΔ.$$

Γ2. Το $ΑΒΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο, θα ισχύει $ΑΒ // ΔΓ$ οπότε $ΑΕ // ΔΓ$ συνεπώς το $ΑΕΓΔ$ είναι τραπέζιο.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ΕΒΖ$ η $ΕΓ$ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα άρα $ΕΓ = \frac{BZ}{2} = \frac{2BΓ}{2} = BΓ \Leftrightarrow ΕΓ = BΓ$, επίσης το $ΑΒΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο οπότε θα ισχύει $ΑΔ = ΒΓ$.

$$\text{Το } \left. \begin{array}{l} ΕΓ = BΓ \\ ΑΔ = ΒΓ \end{array} \right\} \Leftrightarrow ΕΓ = ΑΔ \text{ συνεπώς το } ΑΕΓΔ \text{ είναι ισοσκελές τραπέζιο.}$$

Γ3. i) Στο τρίγωνο MBZ έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} \text{E μέσο MB} \\ \text{Γ μέσο BZ} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{EΓ} // \text{MZ} \text{ γιατί ενώνει τα μέσα των δυο πλευρών.}$$

ii) Επίσης $\text{EΓ} = \frac{\text{MZ}}{2}$, από το προηγούμενο ερώτημα επειδή ενώνει τα μέσα

$$\text{δύο πλευρών, συνεπώς: } \text{EΓ} = \frac{\text{MZ}}{2} \Leftrightarrow \text{MZ} = 2\text{EΓ}$$

Όμως από το ερώτημα Γ2 έχουμε $\text{EΓ} = \text{AΔ}$ συνεπώς $\text{MZ} = 2\text{AΔ}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ συνεπώς $\text{AB} = \frac{\text{BΓ}}{2}$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Έχουμε ακόμα } \text{AΔ} \perp \text{BΓ} \\ \text{AΔ} // \text{Γχ} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{Γχ} \perp \text{BΓ} \text{ συνεπώς } \hat{\text{ZΓB}} = 90^\circ.$$

Επίσης στο τρίγωνο ZΓB επειδή $\hat{\text{B}} = 60^\circ$, έχουμε $\hat{\text{Z}} = 30^\circ$ οπότε

$$\text{BΓ} = \frac{\text{BZ}}{2}, \text{ άρα } \text{AB} = \frac{\text{BΓ}}{2} = \frac{\frac{\text{BZ}}{2}}{2} = \frac{\text{BZ}}{4}.$$

Δ2. Στο τρίγωνο ZΓB έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} \text{K μέσο ZΓ} \\ \text{M μέσο BΓ} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{KM} = \frac{\text{BZ}}{2} \text{ επειδή ενώνει τα μέσα των δυο πλευρών.}$$

$$\text{Επίσης από το Δ1 ερώτημα έχουμε } \text{BΓ} = \frac{\text{BZ}}{2},$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{οπότε } \text{KM} = \frac{\text{BZ}}{2} \\ \text{BΓ} = \frac{\text{BZ}}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{KM} = \text{BΓ}.$$

Επίσης στο ορθογώνιο τρίγωνο ZΓA είναι ορθογώνιο με $\hat{\text{Z}} = 30^\circ$ άρα

$$\text{AΓ} = \frac{\text{ZΓ}}{2} = \frac{2\text{KΓ}}{2} = \text{KΓ} \Leftrightarrow \text{AΓ} = \text{KΓ}.$$

Δ3. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ η AM είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην

υποτείνουσα άρα $AM = \frac{B\Gamma}{2} \Leftrightarrow AM = MB$, επίσης στο ίδιο τρίγωνο

$\hat{\Gamma} = 30^\circ$ συνεπώς $AB = \frac{B\Gamma}{2} \Leftrightarrow AB = MB$ συνεπώς στο τρίγωνο AMB

ισχύει: $AM = MB = AB$ άρα είναι ισόπλευρο, οπότε η AD ως ύψος είναι και διάμεσος άρα $MD = DB$.

Δ4. Στο τρίγωνο $Z\Gamma B$ έχουμε:

$\left. \begin{array}{l} K \text{ μέσο } Z\Gamma \\ M \text{ μέσο } B\Gamma \end{array} \right\} \Leftrightarrow KM // ZB$ επειδή ενώνει τα μέσα των δυο πλευρών,

άρα και $ME // AB$.

Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα $M\Delta E$ και $A\Delta B$:

- $\hat{M}\Delta E = \hat{A}\Delta B = 90^\circ$
- $M\Delta = \Delta B$ (από Δ3 ερώτημα)
- $\hat{E}\hat{M}\Delta = \hat{A}\hat{B}\Delta$ (ως εντός εναλλάξ)

Από το κριτήριο ισότητας ορθογωνίων τριγώνων (μία πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία)

τα τρίγωνα είναι ίσα συνεπώς $ME = AB$, οπότε στο τετράπλευρο $MEBA$ δύο πλευρές είναι ίσες και παράλληλες άρα είναι παραλληλόγραμμο και επειδή οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα είναι ρόμβος.