



ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 6 Μαΐου 2023

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

Α1. Σελίδα 88 σχολικού βιβλίου

Α2. α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Σωστό

δ) Λάθος

ε) Λάθος

## ΘΕΜΑ Β

Β1.

1<sup>η</sup> Λύση:

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΕΒΓ και ΔΓΒ

- $BE = \Gamma\Delta$  (υπόθεση)
- $\widehat{E}\widehat{B}\widehat{\Gamma} = \widehat{\Delta}\widehat{\Gamma}\widehat{B}$  (το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές)
- ΒΓ (κοινή πλευρά)

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα, άρα  $B\Delta = \Gamma E$ .2<sup>η</sup> Λύση:

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΕΓ

- $A\Delta = A\Gamma$  (Διαφορά ίσων τμημάτων:  $A\Delta = A\Gamma - \Delta\Gamma$  και  $A\Gamma = A\Delta + \Delta\Gamma$ )
- $\widehat{B}\widehat{A}\widehat{\Delta} = \widehat{E}\widehat{A}\widehat{\Gamma}$  (κοινή γωνία)
- ΑΒ=ΑΓ (κοινή πλευρά)

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα, άρα  $B\Delta = \Gamma E$ .

**B2.****1<sup>η</sup> Λύση:**

Έχουμε  $AE = AD$  ως διαφορά ίσων τμημάτων, οπότε από υπόθεση ισχύει  
 $AE = AD = EH = AZ$

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα  $AEH$  και  $AZD$

- $EH = AZ$
- $AE = AD$
- $\hat{H}EA = \hat{Z}DA$  (ως κατακορυφήν των ίσων γωνιών  $\hat{B}EG$  και  $\hat{G}DB$ )

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα, άρα  $AH = AZ$

**2<sup>η</sup> Λύση:**

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα  $HAG$  και  $AZB$

- $HG = ZB$  (άθροισμα ίσων τμημάτων:  $HG = HE + EG$  και  $ZB = AZ + BD$ )
- $\hat{A}GH = \hat{A}BZ$  (από την σύγκριση στο  $B1$  με την 2<sup>η</sup> Λύση)
- $AG = AB$  (το τρίγωνο  $ABG$  είναι ισοσκελές)

Άρα από το κριτήριο ισότητας ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα, άρα  $AH = AZ$ .

**B3.** Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα  $HOG$  και  $ZIB$ 

- $\hat{H}OG = \hat{Z}IB = 90^\circ$
- $HG = ZB$  ( $HG = HE + EG$  και  $ZB = ZA + AB$ )
- $\hat{H}GO = \hat{Z}BI$  (από την ισότητα των τριγώνων  $BEG$  και  $ΓΔB$ )

Άρα από το κριτήριο ισότητας ορθογωνίων τριγώνων (μία πλευρά και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία) τα τρίγωνα είναι ίσα οπότε  
 $HO = ZI$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Το τρίγωνο  $BGE$  είναι ισόπλευρο άρα η γωνία  $\hat{E}BG = 60^\circ$

Το τρίγωνο  $ABD$  είναι ισόπλευρο άρα και η γωνία  $\hat{A}BD = 60^\circ$

Άρα  $AD // BE$  διότι οι εντός εκτός και επι ταυτά γωνίες που σχηματίζονται από αυτές και την ευθεία ( $\varepsilon$ ) είναι ίσες.

Γ2. Έχουμε  $ΑΔ // ΒΕ$  άρα  $ΗΔ // ΒΕ$ . Επίσης το τρίγωνο  $ΑΒΔ$  είναι ισόπλευρο άρα η  $ΒΗ$  ως ύψος είναι και διάμεσος, οπότε

$$ΗΔ = \frac{ΑΔ}{2} = \frac{ΑΒ}{2} = \frac{2ΒΓ}{2} = ΒΓ = ΒΕ \text{ (επειδή το } ΒΕΓ \text{ τρίγωνο ισόπλευρο)}$$

Συνεπώς το τετράπλευρο  $ΗΔΕΒ$  είναι παραλληλόγραμμο (έχει 2 πλευρές παράλληλες και ίσες) και επειδή  $\hat{Η} = 90^\circ$  είναι ορθογώνιο.

Γ3. Στο τρίγωνο  $ΑΔΖ$  έχουμε  $ΗΒ // ΔΕ$  άρα  $ΗΒ // ΔΖ$  και επειδή  $Η$  το μέσο της  $ΑΔ$  έχουμε ότι  $Β$  το μέσο της  $ΑΖ$

Γ4. Στο τρίγωνο  $ΑΔΖ$  έχουμε  $Β$  το μέσο της  $ΑΖ$  και  $ΒΕ // ΑΔ$  ( $ΗΔΕΒ$  παραλληλόγραμμο) άρα το  $Ε$  είναι το μέσο της  $ΔΖ$ .

Το  $ΗΕ$  ενώνει τα δύο μέσα των πλευρών  $ΑΔ$  και  $ΔΖ$  του τριγώνου  $ΑΔΖ$  άρα  $ΗΕ // ΑΖ$  άρα  $ΗΕ // ΑΓ$  οπότε το  $ΑΗΕΓ$  είναι τραπέζιο και επειδή

$$ΑΗ = \frac{ΑΔ}{2} = \frac{2ΒΓ}{2} = ΒΓ = ΕΓ \text{ το } ΑΗΕΓ \text{ είναι ισοσκελές τραπέζιο.}$$

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το τρίγωνο  $ΑΒΔ$  είναι ισοσκελές, συνεπώς  $\hat{ΑΒΔ} = \hat{ΑΔΒ}$

Το τετράπλευρο  $ΑΒΓΔ$  είναι τραπέζιο συνεπώς  $ΑΒ // ΔΓ$  άρα

$$\hat{ΑΒΔ} = \hat{ΒΔΓ} \text{ ως εντός εναλλάξ.}$$

Άρα ισχύει ότι  $\hat{ΑΔΒ} = \hat{ΒΔΓ}$ , οπότε  $\hat{ΑΔΓ} = 2\hat{ΒΔΓ}$  όμως από υπόθεση

$\hat{ΑΔΓ} = 2\hat{ΒΓΔ}$  άρα  $2\hat{ΒΓΔ} = 2\hat{ΒΔΓ} \Leftrightarrow \hat{ΒΓΔ} = \hat{ΒΔΓ}$  άρα το τρίγωνο  $ΔΒΓ$  είναι ισοσκελές συνεπώς  $ΔΒ = ΒΓ$ .

Δ2. Έχουμε  $ΔΒ = ΒΕ$  άρα στο τρίγωνο  $ΕΓΔ$  η  $ΓΒ$  είναι διάμεσος και για αυτήν

ισχύει:  $ΓΒ = ΔΒ = \frac{ΔΕ}{2}$ . Άρα το τρίγωνο  $ΕΓΔ$  είναι ορθογώνιο διότι η

διάμεσος ισούται με το μισό της πλευράς που αντιστοιχεί συνεπώς

$$\hat{ΕΓΔ} = 90^\circ \text{ άρα } ΕΓ \perp ΔΓ$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2023**  
Β' ΦΑΣΗ**E\_3.Γλ1Α(α)**

- Δ3.** Η γωνία  $\widehat{E\hat{B}\Gamma}$  είναι εξωτερική του τριγώνου  $B\Delta\Gamma$  οπότε έχουμε  
$$\widehat{E\hat{B}\Gamma} = \widehat{B\hat{\Delta}\Gamma} + \widehat{B\hat{\Gamma}\Delta} = 2\widehat{B\hat{\Delta}\Gamma} = 2\widehat{A\hat{B}\Delta}$$
- Δ4.** Το τετράπλευρο  $AB\Gamma Z$  είναι παραλληλόγραμμο διότι  $AZ // B\Gamma$  και  $AB // Z\Gamma$  άρα  $AZ = B\Gamma$ . Από Δ1 το  $B\Delta = B\Gamma$  άρα  $AZ = B\Gamma = B\Delta$  (1). Το τετράπλευρο  $ABZ\Delta$  είναι τραπέζιο διότι  $AB // \Delta Z$  και έχει ίσες διαγώνιες  $AZ = B\Delta$  (σχέση (1)) συνεπώς είναι ισοσκελές τραπέζιο άρα  $A\Delta = BZ$  όμως από υπόθεση έχουμε  $A\Delta = AB$  άρα  $AB = BZ$