



ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 29 Απριλίου 2023

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν η εξίσωση  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$  με  $\alpha \neq 0$ , έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς  $x_1$  και  $x_2$  να αποδείξετε ότι:

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Μονάδες 10

**A2.** Να αντιστοιχίσετε κάθε μία εξίσωση της στήλης Α με την λύση της από την στήλη Β μεταφέροντας στο τετράδιό σας τον πίνακα 1 σωστά συμπληρωμένο.

ΣΤΗΛΗ Α Εξισώσεις	ΣΤΗΛΗ Β Λύσεις
1. $x^2 - 4 = 0$	Α. $x = 2$
2. $x^3 = -8$	Β. Αδύνατη
3. $x^2 - 4x + 4 = 0$	Γ. $x = -2$
4. $x^2 - x - 2 = 0$	Δ. $x = 2$ ή $x = -1$
5. $x^2 = -4$	Ε. $x = 2$ ή $x = -2$

Πίνακας 1				
1	2	3	4	5

Μονάδες 5

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2023**  
Β' ΦΑΣΗ**E\_3.Μλ1Α(ε)**

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  με  $\alpha < \beta$  ισχύει  $\alpha^2 < \beta^2$
- β.** Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $|\alpha| \geq \alpha$
- γ.** Αν  $\alpha = 0$  και  $\beta = 0$  τότε η εξίσωση  $\alpha \cdot x = \beta$  είναι αόριστη.
- δ.** Ισχύει  $\sqrt{x^2} = x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$
- ε.** Οι αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου αν ισχύει  $2\beta = \alpha + \gamma$

**Μονάδες 10****ΘΕΜΑ Β**

- B1.** Να λύσετε την ανίσωση  $x^2 + 2x - 8 < 0$  (1)

**Μονάδες 8**

- B2.** Να λύσετε την ανίσωση  $|x - 1| > 1$  (2)

**Μονάδες 6**

- B3.** Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) και να τις γράψετε με την μορφή διαστήματος.

**Μονάδες 4**

- B4.** Να δείξετε ότι ο αριθμός  $a = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$  είναι κοινή λύση των ανισώσεων (1) και (2).

**Μονάδες 7**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2023**  
Β' ΦΑΣΗ**E\_3.Μλ1Α(ε)****ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$

**Γ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  και να απλοποιηθεί ο τύπος της.  
**Μονάδες 9**

Για  $f(x) = x + 2$  με  $x \neq 3$ :

**Γ2.** Να βρεθεί η εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες  $x_1 = 2 \cdot f\left(\frac{1}{2}\right)$  και  $x_2 = -2 \cdot f\left(-\frac{3}{2}\right)$ .

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Αν  $x^2 - 4 \cdot x - 5 = 0$  η εξίσωση του παραπάνω ερωτήματος να βρείτε το πρόσημο της παράστασης  $A = \left(\frac{2023}{2022}\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{2023}{2022}\right) - 5$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9****ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + (3\lambda - 1)x + 2 - \lambda = 0$  (1) με  $\lambda \in \mathbb{R}$

**Δ1.** i) Να αποδείξετε ότι  $\Delta = 9\lambda^2 - 2\lambda - 7$

**Μονάδες 4**

ii) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες  $x_1$  και  $x_2$ .

**Μονάδες 4**



Δ2. Αφού υπολογίσετε τις παραστάσεις  $x_1 + x_2$  και  $x_1 \cdot x_2$  να αποδείξετε ότι

$$x_1^2 + x_2^2 = 9\lambda^2 - 4\lambda - 3$$

**Μονάδες 6**

Δ3. Να αποδείξετε ότι είναι ανεξάρτητη του  $\lambda$  η παράσταση:

$$A = x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2 (9 \cdot x_1 \cdot x_2 + 2) - 6(x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2)$$

**Μονάδες 6**

Δ4. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση (1) να έχει θετικές ρίζες.

**Μονάδες 5**