ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με α,β,γ ∈ ℝ, $\alpha\neq 0$,έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1, x_2, να αποδείξετε ότι: $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ και $x_1\cdot x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 12

Α2. Δίνεται ένα σημείο Μ(x,y) Στη στήλη Α δίνεται το είδος της συμμετρίας και στην στήλη Β το συμμετρικό του Μ. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α στον σωστό αριθμό της στήλης Β.

α. Ως προς τον άξονα xx΄	**1.** Α(x,-y)
β. Ως προς τον άξονα yy΄	**2.** Β(-x,-y)
γ. Ως προς την αρχή των αξόνων	**3.** Γ(-x,y)
δ. Ως προς την ευθεία y = x	**4.** Δ(x,y)
	5. Ε(y,x)

Μονάδες 8

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ με α,β,γ x ∈ ℝ, $\alpha\neq 0$, έχει Δ>0 τότε ισχύει $\alpha x^2+\beta x+\gamma \succ 0$ για κάθε x ∈ ℝ

β. Η εξίσωση $(\lambda-1)\chi=\lambda^2+2$ με $\lambda\in\mathbb{R}$ για $\lambda=1$ είναι αδύνατη.

γ. Για κάθε $\chi,\chi_0\in\mathbb{R}$ και $\rho>0$ ισχύει :

$$|\chi-\chi_0|\prec\rho \Leftrightarrow \chi\in(\chi_0-\rho,\chi_0+\rho)\Leftrightarrow \chi_0-\rho<\chi<\chi_0+\rho$$

δ. Η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με $\alpha>0$ και ν άρτιος φυσικός αριθμός έχει μοναδική λύση.

ε. Αν α,β,γ πραγματικοί αριθμοί τότε: $\alpha\cdot\gamma=\beta\cdot\gamma \Leftrightarrow \alpha=\beta$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $a=\sqrt{\sqrt{12}-\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\sqrt{12}+\sqrt{3}}$

ii) $\beta=\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}}+\sqrt[3]{27}}$

Μονάδες 3 + 3

Β2. Να λυθούν οι εξισώσεις

i) $x^2-3x+2=0$ (1)

ii) $d(x,\rho_1)=\rho_2$ όπου ρ_1 η μικρότερη λύση της εξίσωσης (1) και ρ_2 η μεγαλύτερη.

Μονάδες 5 + 5

Β3. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$x^2-x-2\prec 0$ και $|x-1|\prec 2$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=x^2-(a+1)x+2a-1$ (1) με $\alpha\in\mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης $f(x)=0$ είναι $\Delta=\alpha^2-6\alpha+5$

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι αν $a\in(1,5)$ τότε $f(x)\succ 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Γ3. Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha\in\mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $f(x)=0$ να έχει δυο ρίζες αντίθετες και να βρεθούν οι ρίζες.

Μονάδες 6

Γ4. Να δείξετε ότι δεν υπάρχουν τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε το τριώνυμο να έχει δυο πραγματικές αρνητικές ρίζες.

Μονάδες 5

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δίνεται συνάρτηση $f(x) = 1 - \frac{\mu}{x} + \frac{4}{x^2}, \mu \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο Μ(1,1)

Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης Α και να υπολογίσετε την τιμή του μ.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $\mu = 4$ να δείξετε ότι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in A$ και να λύσετε την εξίσωση $|x|\sqrt{f(x)} = 2$

Μονάδες 8

Δ3. Δίνεται ευθεία ε: $y = f(1)x + f(-1)$.Να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες xx' και yy'.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) η οποία είναι παράλληλη με την (ε) του ερωτήματος Δ3 και διέρχεται από το συμμετρικό του σημείου Μ ως προς τον άξονα xx΄.

Μονάδες 6