



ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 12 Ιανουαρίου 2019

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Βλέπε σελ. 62.

Α2. Βλέπε σελ. 46.

Α3. α) Λάθος β) Σωστό γ) Λάθος δ) Σωστό ε) Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

B1. $15x^2 + 10y^2 - 6(x+y)^2 = (3x-2y)^2 \Leftrightarrow$
 $15x^2 + 10y^2 - 6x^2 - 12xy - 6y^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2 \Leftrightarrow$
 $15x^2 + 10y^2 - 6(x^2 + 2xy + y^2) = 9x^2 - 12xy + 4y^2 \Leftrightarrow$
 $9x^2 - 12xy + 4y^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$ που ισχύει.

B2.i) Είναι $x < 2 < 6$ οπότε $x - 6 < 0$ και $x - 2 < 0$. Άρα η παράσταση Α γίνεται:

$$A = -(x-6) - [-(x-2)]$$

$$A = -x + 6 + (x-2)$$

$$A = 4$$

ii) Πρέπει $x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 \geq 0$ που ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Η εξίσωση γίνεται:

$$\sqrt{(x-2)^2} + |2x-4| = 0 \Leftrightarrow$$

$$|x-2| + 2|x-2| = 0 \Leftrightarrow$$

$$3|x-2|=0 \Leftrightarrow$$

$$|x-2|=0 \Leftrightarrow$$

$$x-2=0 \Leftrightarrow$$

$$x=2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $(\alpha+3)^2=16 \Leftrightarrow$

$$\alpha+3=\pm\sqrt{16} \Leftrightarrow$$

$$\alpha+3=4 \text{ η } \alpha+3=-4 \Leftrightarrow$$

$$\alpha=1 \text{ η } \alpha=-7$$

Γ2. Έχουμε:

$$\beta = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$\beta = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})} \Leftrightarrow$$

$$\beta = \frac{\sqrt{36}-\sqrt{12}+\sqrt{12}+\sqrt{4}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2} \Leftrightarrow$$

$$\beta = \frac{8}{4} \Leftrightarrow$$

$$\beta = 2$$

Γ3.**i)** Έχουμε: $1 < x < 3 \Leftrightarrow 3 < x+2 < 5$ και $2 < y < 3 \Leftrightarrow 1 < y-1 < 2$.Αν Π η περίμετρος του νέου ορθογώνιου τότε: $\Pi = 2(x+2) + 2(y-1)$ Είναι: $6 < 2(x+2) < 10$ και $2 < 2(y-1) < 4$. Άρα:

$$8 < 2(x+2) + 2(y-1) < 14 \Leftrightarrow$$

$$8 < \Pi < 14$$



ii) Αν E το εμβαδό του νέου ορθογωνίου τότε: $E = (x+2)(y-1)$ οπότε από τις σχέσεις $3 < x+2 < 5$ και $1 < y-1 < 2$ παίρνουμε ότι:

$$3 < (x+2)(y-1) < 10 \Leftrightarrow$$

$$3 < E < 10$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $(\lambda - 3)^2 - 2(\lambda - 2)x = \lambda(2x - 5) \Leftrightarrow$

$$\lambda^2 - 6\lambda + 9 - 2\lambda x + 4x = 2\lambda x - 5\lambda \Leftrightarrow$$

$$-2\lambda x - 2\lambda x + 4x = -\lambda^2 + \lambda - 9 \Leftrightarrow$$

$$4(1 - \lambda)x = -\lambda^2 + \lambda - 9$$

η οποία είναι αδύνατη όταν:

$$4(1 - \lambda) = 0 \text{ και } -\lambda^2 + \lambda - 9 \neq 0$$

$$\lambda = 1$$

Για $\lambda = 1$ η $-\lambda^2 + \lambda - 9 \neq 0$ γίνεται $-9 \neq 0$ που ισχύει.

Δ2. Για $\lambda = 1$

$$|x-1||x-5| = 2|x-1| \Leftrightarrow$$

$$|x-1||x-5| - 2|x-1| = 0 \Leftrightarrow$$

$$|x-1|(|x-5| - 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$|x-1| = 0 \text{ ή } |x-5| - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 1 \text{ ή } |x-5| = 2 \Leftrightarrow$$

$$x - 5 = 2 \text{ ή } x - 5 = -2$$

$$x = 7 \text{ ή } x = 3$$



Δ3. $4x^5 + 32x^2 = 0 \Leftrightarrow$

$$x^2(4x^3 + 32) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 = 0 \text{ ή } 4x^3 + 32 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 0 \text{ ή } x^3 = -8 \Leftrightarrow$$

$$x = -2$$

Δ4. $|x - 5| = -2x + 1$

Πρέπει $-2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$

Η εξίσωση γίνεται

$$x - 5 = -2x + 1 \text{ ή } x - 5 = -(-2x + 1)$$

$x = 2$ απορρίπτεται $x = -4$ δεκτή