

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 13 Ιανουαρίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A₁. Θεωρία σχολικού Βιβλίου σελ. 71

A₂. Να γράψετε στο τετράδιο σας συμπληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ τότε $\alpha=0$ και $\beta=0$

β) Αν $\alpha^2 + \beta^2 > 0$ τότε $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$

γ) Αν $\alpha^2 + \beta^2 \leq 0$ τότε $\alpha=0$ και $\beta=0$

A₃. Να απαντήσετε τις παρακάτω ερωτήσεις με **Σωστό** για κάθε σωστή και με **Λάθος** για κάθε λανθασμένη απάντηση:

α) **Λάθος**

β) **Σωστό**

γ) **Λάθος**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ότι $|x-3| \leq 2$ και $|y-4| \leq 2$.

B₁. α) $|x-3| \leq 2 \Leftrightarrow -2 < x-3 < 2 \Leftrightarrow 1 < x < 5$



β) $|y-4| \leq 2 \Leftrightarrow -2 < y-4 < 2 \Leftrightarrow 2 < y < 6$.

B₂. Για την περίμετρο έχουμε $\Pi = 2x + 2y$, και άρα
$$\begin{cases} 2 < 2x < 10 \\ 4 < 2y < 12 \end{cases} +$$
$$6 < 2x + 2y < 22$$

Για το εμβαδόν έχουμε $E = x \cdot y$, και άρα
$$\begin{cases} 1 < x < 5 \\ 2 < y < 6 \end{cases}.$$
$$2 < x \cdot y < 30$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁. Έχουμε $2017|x_1 - 1| = -2018|x_2 + 1| \Leftrightarrow 2017|x_1 - 1| + 2018|x_2 + 1| = 0$

άρα
$$\begin{cases} |x_1 - 1| = 0 \\ |x_2 + 1| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Γ₂

i. $|a - 2| = 1 \Leftrightarrow a - 2 = \pm 1$

$a - 2 = 1 \Leftrightarrow a = 3$ ή $a - 2 = -1 \Leftrightarrow a = 1$

ii. $|\beta + 1| = -x_2 \Leftrightarrow \beta + 1 = \pm 1$

$\beta + 1 = 1 \Leftrightarrow \beta = 0$ ή $\beta + 1 = -1 \Leftrightarrow \beta = -2$

Γ₃ έχω $a \neq 3$ και $\beta < 0$ άρα $a = 1$ και $\beta = -2$ επομένως

i. $x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$

ii. $x^3 = -2 \Leftrightarrow x = -\sqrt[3]{2}.$

ΘΕΜΑ Δ

Δ₁.
$$A = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1} - \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2} =$$
$$= \frac{|x-1|}{x-1} - \frac{|x-2|}{x-2} \stackrel{1 < x < 2}{=} \frac{x-1}{x-1} - \frac{-(x-2)}{x-2} = 1 + 1 = 2$$

$$\begin{aligned} \Delta_2. \quad B &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{4}-\sqrt{2})}{\sqrt{4}^2-\sqrt{2}^2} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{4}+\sqrt{2})}{\sqrt{4}^2-\sqrt{2}^2} = \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{4} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{-2-2}{2} = -2 \end{aligned}$$

$\Delta_3.$

$$\alpha) \quad |x - B| = Ax \Leftrightarrow |x - (-2)| = 2x \quad \begin{matrix} 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0 \\ \Rightarrow \end{matrix} x + 2 = \pm 2x$$

$$x + 2 = 2x \Leftrightarrow x = 2 \text{ δεκτή λύση ή}$$

$$x + 2 = -2x \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ απορρίπτεται}$$

$$\beta) \quad (\lambda - A)(\lambda - B)x = \lambda^2 + 2\lambda \Leftrightarrow (\lambda - 2)(\lambda + 2)x = \lambda^2 + 2\lambda \Leftrightarrow (\lambda - 2)(\lambda + 2)x = \lambda(\lambda + 2) \quad (1)$$

$$\text{αν } (\lambda - 2)(\lambda + 2) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda \neq 2 \\ \lambda \neq -2 \end{cases} \text{ η (1) έχει μοναδική λύση}$$

$$\text{για } \lambda = 2 \text{ η (1)} \Leftrightarrow (2 - 2)(2 + 2)x = 2(2 + 2) \Leftrightarrow 0x = 8 \text{ αδύνατη}$$

$$\text{για } \lambda = -2 \text{ η (1)} \Leftrightarrow (-2 - 2)(-2 + 2)x = -2(-2 + 2) \Leftrightarrow 0x = 0 \text{ αόριστη}$$

$$\text{άρα δεκτή λύση } \lambda = -2.$$