

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 8 Απριλίου 2017

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$ και με άθροισμα και γινόμενο ριζών $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$ αντίστοιχα, μετασχηματίζεται στην μορφή $x^2 - Sx + P = 0$.

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κενό σύνολο είναι το σύνολο που δεν έχει στοιχεία.

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $-|x| \leq x \leq |x|$.

γ) Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει $\sqrt{a^2} = a$.

δ) Αν $a > 0$, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, τότε ορίζουμε $a^{\mu/\nu} = \sqrt[\nu]{a^\mu}$.

ε) Η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f μπορεί να τέμνει τον άξονα $y'y$ σε περισσότερα από ένα σημεία.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνονται οι αριθμοί

$$\alpha = \sqrt{(4 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} \text{ και } \beta = \sqrt{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$ και $\beta = 2$.

Μονάδες 15

B2. Αν $\alpha = 3$ και $\beta = 2$ να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 - \alpha|x| - 2\beta = 0, x \in \mathbb{R},$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση:

$$\lambda x^2 - (\lambda - 2)x + 2 - \lambda = 0, \lambda \in \mathbb{R}^*, (1)$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta = 5\lambda^2 - 12\lambda + 4$.

Μονάδες 5

Γ2. α) Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες;

Μονάδες 7

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της (1) να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να ισχύει:

$$x_1 \cdot x_2 - 3(x_1 + x_2) = 0$$

Μονάδες 7

Γ3. Αν $y_1=5$ και $y_2=1$ οι λύσεις της εξίσωσης

$$x^2 - |k| + 2|x + d(\mu, 4)| = 0$$

να βρεθούν τα $k, \mu \in \mathbb{R}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω σημείο $M(x^2 + x - 6, x^2 + 3x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν τα $x \in \mathbb{R}$ ώστε το M να βρίσκεται στο 2^ο τεταρτημόριο.

Μονάδες 8

Δ2. Αν A_1 το σύνολο λύσεων της ανίσωσης $x^2 + x - 6 < 0$ τότε:

α) αν $x \in A_1$ να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της παράστασης $3 - x$.

Μονάδες 3

β) αν $x \in A_1$ να λύσετε την ανίσωση $-1 < \sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 2$

Μονάδες 7

Δ3. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{x + \alpha}{\sqrt{9 - x^2}}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 3

β) Να βρείτε το α , αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το

$$A\left(2, \frac{4\sqrt{5}}{5}\right).$$

Μονάδες 4