

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 3 Μαΐου 2015

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $\alpha, \beta \geq 0$ και n θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι: $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$.

Μονάδες 10

A2. Να διατυπώσετε τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου A .

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in R$ **Σ Λ**

β. $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta > 0$ **Σ Λ**

γ. Η εξίσωση $x^n = a$, με $a < 0$ και n άρτιο φυσικό αριθμό, είναι αδύνατη.

Σ Λ

δ. Το συμμετρικό του σημείου $A(\alpha, \beta)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $\Delta(\alpha, -\beta)$, που έχει ίδια τετμημένη και αντίθετη τεταγμένη.

Σ Λ

ε. Αν $A \subseteq B$ τότε $P(A) > P(B)$, όπου A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω .

Σ Λ

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{|2x-1|}{3} - 1 < \frac{3-|1-2x|}{4}$ και να γράψετε τις λύσεις της σε μορφή διαστήματος Δ .

Μονάδες 12

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015
Β' ΦΑΣΗ

E_3.BM1A(ε)

B2. Αν $x \in \Delta$, να δείξετε ότι η παράσταση $A = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x + 1} + \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}$ είναι σταθερός αριθμός.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ Γ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2 + κx - 3, κ \in R$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, -4)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $κ = -2$ και να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 9

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ που διέρχεται από το σημείο $B(-1, f(-1))$ και είναι παράλληλη στην ευθεία ζ με εξίσωση: $y = 3x + 2015$.

Μονάδες 8

Γ3. Έστω $K(1, \alpha), \Lambda(3, \beta), M(5, \gamma)$ τρία σημεία που ανήκουν στην ευθεία ϵ . Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ με τη σειρά που δίνονται αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (4\lambda - 2)x + \lambda(3 - 8\lambda) = 0$ (1), με παράμετρο $\lambda \in R$.

Δ1. **i.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει διακρίνουσα: $\Delta = 4(3\lambda - 1)(4\lambda - 1)$.
ii. Να βρείτε τις τιμές λ_1, λ_2 της παραμέτρου λ , με $\lambda_1 < \lambda_2$, ώστε η εξίσωση (1) να έχει διπλή ρίζα. Στη συνέχεια, να βρείτε τη διπλή ρίζα x_0 για $\lambda = \lambda_1$.

Μονάδες 10

Δ2. Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω .

Αν $P(A) = x_0, P(A \cap B) = \lambda_2$ και $P[(A \cup B)'] = \lambda_1$, να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται το ενδεχόμενο B .

Μονάδες 7

Δ3. Να προσδιορίσετε τις τιμές των $\lambda \in R$, ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες άνισες, τις x_1, x_2 . Για ποιες απ' αυτές τις τιμές της παραμέτρου ισχύει: $4x_1x_2 = 3x_1 + 3x_2 - 26$.

Μονάδες 8