

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 1 Απριλίου 2012

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A.1. Αν για δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ενός πειράματος τύχης ισχύει ότι $A \subseteq B$ τότε να δείξετε ότι: $P(A) \leq P(B)$.

Μονάδες 10

A.2. Πότε μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος.

Μονάδες 5

A.3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω ενός πειράματος τύχης τότε ισχύει ότι:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$$

β. Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $(-\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$.

γ. Αν α, β άρρητοι αριθμοί τότε το γινόμενο τους $\alpha\beta$ είναι σε κάθε περίπτωση άρρητος αριθμός.

δ. Η εξίσωση $x^v = \alpha$, με $\alpha < 0$ και v φυσικό περιττό αριθμό, έχει μια ακριβώς μια λύση την $-\sqrt[v]{|\alpha|}$

ε. Η ανίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma > 0$ με $\alpha > 0$ και $\Delta < 0$ αληθεύει για κάθε x στο \mathbb{R} .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{(x+1)^4}}{x+1} - \frac{\sqrt{(x-2)^4}}{x-2}$

B.1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

B.2. Να δείξετε ότι για κάθε x στο πεδίο ορισμού της ισχύει ότι $f(x) = 3$.

Μονάδες 9

B.3. Να λύσετε στο \mathbb{R} την ανίσωση: $|18 - 3x| \leq f(2012)$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Δίνεται η εξίσωση $x+1 = \lambda^2 - |\lambda| \cdot x$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

1. Να δείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, η παραπάνω εξίσωση έχει μοναδική λύση ως προς x την οποία και να προσδιορίσετε.

Μονάδες 8

2. Αν η λύση της παραπάνω εξίσωσης για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ είναι: $x = |\lambda| - 1$, να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ , για τις οποίες η λύση αυτή, απέχει από τον αριθμό 3 απόσταση που δεν ξεπερνά το 2.

Μονάδες 7

Γ2. Δίνονται οι ευθείες

$$e_1: y = (\mu^2 - 4)x + \mu + 1, \mu \in \mathbb{R} \text{ και}$$

$$e_2: y = (-\mu^2 + 4\mu - 3)x + 2, \mu \in \mathbb{R}$$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η ευθείες e_1, e_2 σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$, αντίστοιχα αμβλεία και οξεία γωνία.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η ακολουθία πραγματικών αριθμών (a_n) , $n \in \mathbb{N}^*$, η οποία είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega = -2$ και της οποίας ο έβδομος όρος είναι: $a_7 = -11$ και η συνάρτηση $f(x) = a_1x^2 + a_4x + a_1$, όπου a_1 και a_4 , ο πρώτος και ο τέταρτος όρος της παραπάνω αριθμητικής προόδου.

Δ.1. Να βρείτε τους a_1 και a_4 .

Μονάδες 8

Δ.2. Αν $\alpha_1 = 1$ και $\alpha_4 = -5$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

α) $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$

Μονάδες 4

β) $B = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

Μονάδες 4

γ) $\Gamma = \sqrt[3]{\sqrt{400(x_1 + x_2) - 2012 x_1 x_2} + 12}$

Μονάδες 4

Δ.3. Να λύσετε την εξίσωση: $|x^2 - B - 2| + |x - A| = \Gamma$, όπου A, B, Γ είναι οι τιμές των παραστάσεων που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα Δ.2.

Μονάδες 5

Σας ευχόμαστε Επιτυχία.