



Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Αν η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1, x_2 , να αποδείξετε ότι: $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

Μονάδες 10

- B. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέγεται άρτια;

Μονάδες 5

- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή, ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i) Για κάθε $\rho > 0$ ισχύει $|x| < \rho \Leftrightarrow -\rho < x < \rho$.
- ii) Αν $a \cdot b \geq 0$, τότε πάντοτε ισχύει: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.
- iii) Αν $\beta < \alpha$, τότε: $\sqrt{(\beta - \alpha)^2} = \alpha - \beta$.
- iv) Αν α, β, γ είναι πραγματικοί αριθμοί και ισχύει $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$, τότε: $(\alpha = \beta \text{ ή } \gamma = 0)$.
- v) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \varphi(x - c)$, όπου $c > 0$, προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ κατά c μονάδες προς τα αριστερά.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο

- α) Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Μονάδες 5

- β) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 6x + 8 < 0$.

Μονάδες 8

- γ) Να λύσετε την ανίσωση: $(x^{10} + 1)(x^2 - 6x + 8)(x^2 - 4x + 3) \geq 0$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3^ο

Η εξίσωση $x^2 - \lambda x + 3\lambda = 0$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1, x_2 .

α) Να αποδείξετε ότι $\lambda < 0$ ή $\lambda > 12$.

Μονάδες 8

β) Για $\lambda = -4$:

i) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης είναι ετερόσημες.

Μονάδες 4

ii) Αν x_2 είναι η αρνητική ρίζα της εξίσωσης, να λύσετε την ανίσωση $|x + 2011| \leq x_2$.

Μονάδες 6

iii) Αν x_1 είναι η θετική ρίζα της εξίσωσης, να δείξετε ότι $\sqrt[3]{x_1} \sqrt{x_1} = \sqrt{2}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3$, όπου λ, x πραγματικοί αριθμοί, της οποίας

η γραφική παράσταση είναι η ευθεία με εξίσωση $y = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3$.

α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού λ έτσι ώστε η ευθεία με εξίσωση $y = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3$ να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° .

Μονάδες 8

β) Για $\lambda = \frac{3}{2}$:

i) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x, y'y$ και να τη σχεδιάσετε.

Μονάδες 8

ii) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 5

iii) Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό ισχύει, $f(a^2) > f(-1)$.

Μονάδες 4

Σας ευχόμαστε επιτυχία