Α' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Βλέπε απόδειξη σχολικού βιβλίου σελ.38

Β. Βλέπε ορισμό σχολικού βιβλίου σελ. 71

Γ. **α.** Σ

β. Σ

γ. Λ

δ. Λ

ε. Σ

ΘΕΜΑ 2ο

α. Επειδή οι ευθείες είναι παράλληλες ισχύει $α_1 = α_2$ δηλαδή

$$λ-2=\frac{2-λ}{4} \Leftrightarrow 4(λ-2)=2-λ \Leftrightarrow 4λ-8=2-λ \Leftrightarrow 5λ=10 \Leftrightarrow λ=2$$

β. Επειδή οι ευθείες είναι κάθετες ισχύει $α_1α_2=-1$ δηλαδή

$$(λ-2)\cdot\frac{(2-λ)}{4}=-1 \Leftrightarrow -(λ-2)^2=-4 \Leftrightarrow (λ-2)^2=4 \Leftrightarrow |λ-2|=2$$

$$\Leftrightarrow (λ-2=2 \text{ ή } λ-2=-2) \Leftrightarrow (λ=4 \text{ ή } λ=0)$$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $$α=\frac{(\sqrt{2}+1)^2+(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)\cdot(\sqrt{2}-1)}=\frac{2+2\sqrt{2}+1+2-2\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1^2}=\frac{6}{2-1}=6$$

β. Για $α=6$ η συνάρτηση γίνεται: $f(x)=x^4-6x^2+2$, οπότε $f(1)=1^4-6\cdot1^2+2=1-6+2=-3$.

γ. Έχουμε $f(x)=f(1) \Leftrightarrow x^4-6x^2+2=-3 \Leftrightarrow x^4-6x^2+5=0$ θέτουμε $x^2=ω$, όπου $ω>0$, οπότε η εξίσωση γίνεται $ω^2-6ω+5=0$.

$Δ=(-6)^2-4.1.5=36-20=16$, άρα $ω_1=\frac{6+4}{2}=5$ και $ω_2=\frac{6-4}{2}=1$ οι οποίες είναι δεκτές. Έτσι $x^2=5 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}$ ή $x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm1$

δ. Έχουμε $f(x)-f(1)\le0 \Leftrightarrow x^4-6x^2+5\le0 \Leftrightarrow ω^2-6ω+5\le0 \Leftrightarrow 1\le ω\le5$ οπότε έχουμε τις δύο ανισώσεις $x^2\ge1 \Leftrightarrow |x|\ge1 \Leftrightarrow x\le-1 \text{ ή } x\ge1$ και $x^2\le5 \Leftrightarrow |x|\le\sqrt{5} \Leftrightarrow -\sqrt{5}\le x\le\sqrt{5}$.

Οι οποίες συναληθεύουν για του πραγματικούς που ανήκουν στο διάστημα $\left[-\sqrt{5},-1\right]\cup\left[1,\sqrt{5}\right]$

ΘΕΜΑ 4^{ο}

A. **α.** Επειδή η εξίσωση (1) θέλουμε να είναι δευτέρου βαθμού ως προς ω, πρέπει να ισχύει D ≠ 0. Άρα το γραμμικό σύστημα (Σ) έχει μοναδική λύση.

β. **i.** Από τους τύπους «Vietta» έχουμε:

$$S=-\frac{\beta}{\alpha}=-1\Leftrightarrow\frac{D_x-D_y}{D}=-1$$

$$P=\frac{\gamma}{\alpha}=-2\Leftrightarrow\frac{2D_x+D_y}{D}=-2$$

ii. από το β (i) ερώτημα έχουμε

$$\begin{cases}D_x-D_y=-D\\2D_x+D_y=-2D\end{cases}\overset{D\neq0}{\Leftrightarrow}\begin{cases}\dfrac{D_x}{D}-\dfrac{D_y}{D}=-1\\2\dfrac{D_x}{D}+\dfrac{D_y}{D}=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=-1\\2x+y=-2\end{cases}$$

Προσθέτουμε κατά μέλη οπότε έχουμε 3x = –3 ⇔ x=–1.
Αντικαθιστώντας στην πρώτη εξίσωση προκύπτει:

$$-1-y=-1\Leftrightarrow y=0$$

Τελικά η μοναδική λύση του (Σ) είναι το ζεύγος (–1,0).

B. Αν D = 0, τότε η εξίσωση (1) γίνεται:
$-(D_x-D_y)\omega+2D_x+D_y=0\Leftrightarrow(D_x-D_y)\omega=2D_x+D_y$.
Η εξίσωση είναι αδύνατη, άρα πρέπει να ισχύει:

$$\begin{cases}D_x-D_y=0\\2D_x+D_y\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}D_x=D_y\\2D_x+D_x\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}D_x=D_y\\3D_x\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}D_x=D_y\\D_x\neq0\end{cases}.$$

Άρα το σύστημα (Σ) είναι αδύνατο.