# ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
# ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
# ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020
# ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** γ **Α2.** α **Α3.** γ **Α4.** δ

**Α5. α.** Σωστό **β.** Λάθος **γ.** Σωστό **δ.** Σωστό **ε.** Λάθος

## ΘΕΜΑ Β

**Β1. α)** Σωστή απάντηση είναι η **iii**.

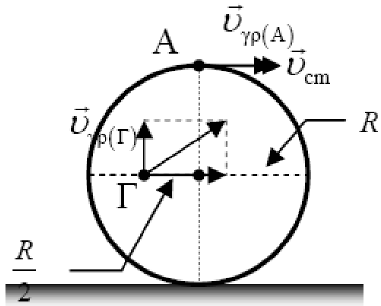
**β)** Το μέτρο της ταχύτητας $υ_A$ είναι

$$|\vec{υ}_A| = υ_{cm} + υ_{γρ(A)} = ωR + ωR = 2ωR$$

Το μέτρο της ταχύτητας $υ_Γ$ είναι

$$|\vec{υ}_A| = υ_{cm} + υ_{γρ(A)} = ωR + ωR \Rightarrow \quad |\vec{υ}_A| = 2ωR$$

Το μέτρο της ταχύτητας $υ_Γ$ είναι




$$|\vec{υ}_Γ| = \sqrt{υ_{cm}^2 + υ_{γρ(Γ)}^2} = \sqrt{(ωR)^2 + \left(ω\frac{R}{2}\right)^2} \Rightarrow$$

$$|\vec{υ}_Γ| = \sqrt{(ωR)^2 + \frac{(ωR)^2}{4}} \Rightarrow \quad |\vec{υ}_Γ| = \frac{ωR}{2}\sqrt{5} \quad \text{Τελικά} \frac{|\vec{υ}_Γ|}{|\vec{υ}_A|} = \frac{\frac{ωR}{2}\sqrt{5}}{2ωR} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

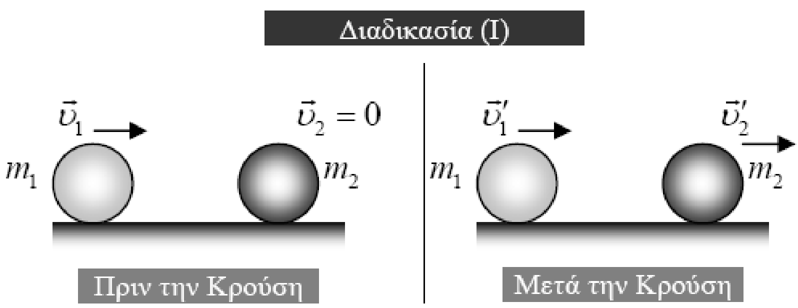
**Β2. α)** Σωστή απάντηση είναι η **ii**

**β)** Από θεωρία

$$υ_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}υ_1$$

$$υ_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}υ_1$$

Στην πρώτη διαδικασία το ποσοστό που μας ζητάει υπολογίζεται




Αρχική ενέργεια $\frac{1}{2}m_1υ_1^2$ Μεταβιβάζεται $\frac{1}{2}m_2υ_2'^2$

100 ;

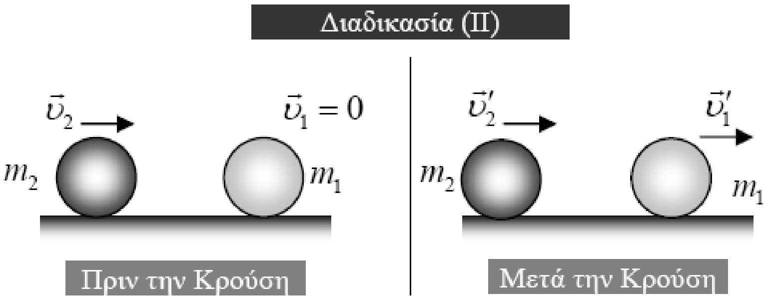
$$\Pi_1 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} m_2 \upsilon_2'^2 \frac{100}{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} m_1 \upsilon_1^2} = m_2 \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2 \frac{100}{m_1 \upsilon_1^2} = m_2 \frac{4m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \cancel{\upsilon_1^2} \frac{100}{m_1 \cancel{\upsilon_1^2}} \Rightarrow$$

$$\Pi_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} 100 .$$

Από θεωρία

$$\upsilon_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \upsilon_2$$

$$\upsilon_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_2$$




Στην δεύτερη διαδικασία το ποσοστό που μας ζητάει υπολογίζεται

| | |
|---|---|
| Αρχική ενέργεια $\frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2$ | Μεταβιβάζεται $\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1'^2$ |
| 100 | ; |

$$\Pi_2 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} m_1 \upsilon_1'^2 \frac{100}{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} m_2 \upsilon_2^2} = m_1 \left( \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \upsilon_2 \right)^2 \frac{100}{m_2 \upsilon_2^2} = m_1 \frac{4m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \cancel{\upsilon_2^2} \frac{100}{m_2 \cancel{\upsilon_2^2}} \Rightarrow$$

$$\Pi_2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} 100$$ Τελικά $\Pi_1 = \Pi_2$

**Β3.** **α)** Σωστή απάντηση είναι η **i**.

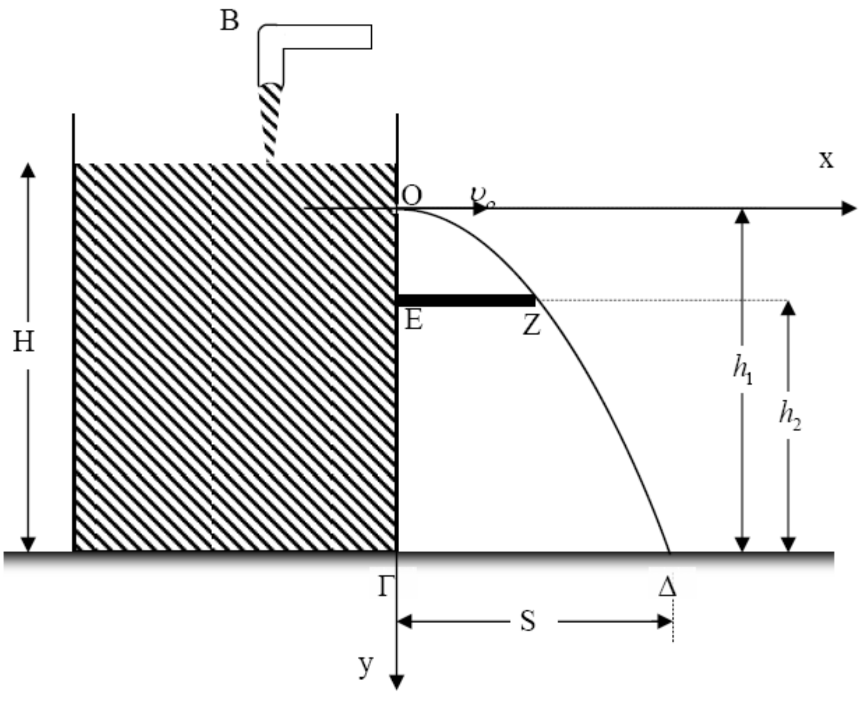
**β)** Το νερό εξερχόμενο από την οπή στο Ο εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα $\upsilon_o$

Στην οριζόντια βολή ισχύει

$$x = \upsilon_o t \Rightarrow \quad t = \frac{x}{\upsilon_o}$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow$$

$$y = \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{\upsilon_o} \right)^2 \Rightarrow$$



$y = \frac{g}{2\upsilon_o^2}x^2$ (εξίσωση τροχιάς)

Για το σημείο Ζ ισχύει $h_1 - h_2 = \frac{g}{2\upsilon_o^2}\left(\frac{S}{2}\right)^2 \Rightarrow \quad h_1 - h_2 = \frac{g}{8\upsilon_o^2}S^2$

Για το σημείο Δ ισχύει $h_1 = \frac{g}{2\upsilon_o^2}S^2$

Διαιρώντας τις δύο τελευταίες σχέσεις κατά μέλη

$$\frac{h_1 - h_2}{h_1} = \frac{\frac{g}{8\upsilon_o^2}S^2}{\frac{g}{2\upsilon_o^2}S^2} \Rightarrow 1 - \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{21H}{32}}{h_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{21H}{32h_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow h_1 = \frac{7}{8}H$$

Υπολογίζω την ταχύτητα $\upsilon_o$ που εξέρχεται το νερό από την οπή Ο.
Εφαρμόζω Bernoulli μεταξύ της επιφάνειας του νερού και του Ο
(Λάβαμε επίπεδο μηδενικής ενέργεια το οριζόντιο επίπεδο που περνά από την οπή Ο και $p_{επ} = p_{ατμ}$, $p_O = p_{ατμ}$ επίσης επειδή το εμβαδό Α της οπή είναι πολύ μικρό σε σχάση με το εμβαδό της ελεύθερης επιφάνειας του νερού $\upsilon_{επ} \approx 0$ )

$$p_{επ} + \frac{\rho\upsilon_{επ}^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (H - h_1) = p_O + \frac{\rho\upsilon_o^2}{2} + \rho \cdot g \cdot 0 \Rightarrow$$

$$\cancel{p_{ατμ}} + \cancel{\frac{\rho\upsilon_{επ}^2}{2}} + \rho \cdot g \cdot (H - h_1) = \cancel{p_{ατμ}} + \frac{\rho\upsilon_o^2}{2} + \rho \cdot g \cdot 0 \Rightarrow$$

$$\rho \cdot g \cdot (H - h_1) = \frac{\rho\upsilon_o^2}{2} \Rightarrow \quad \upsilon_o = \sqrt{2g \cdot (H - h_1)}$$

Αφού το ύψος Η είναι σταθερό πρέπει η παροχή Π στο σημείο Β πρέπει να είναι ίση με την παροχή του νερού που εξέρχεται από την οπή Ο Από θεωρία $\Pi = A\upsilon_o$

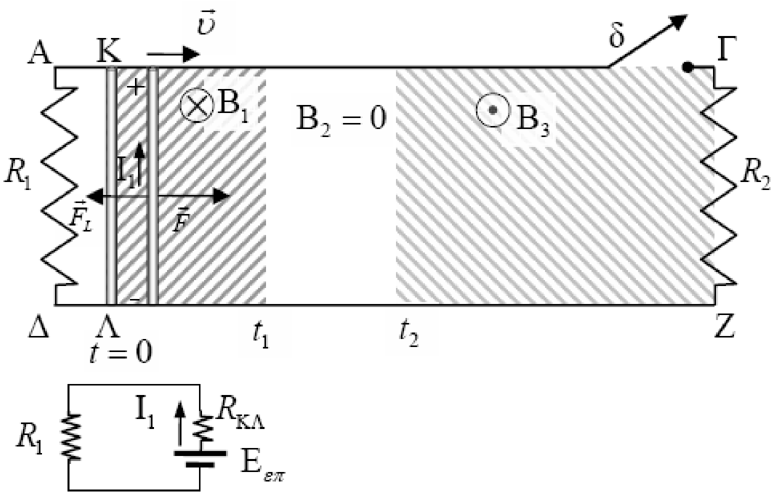
Τελικά $\Pi = A\upsilon_o \Rightarrow \Pi = A\sqrt{2g \cdot (H - h_1)} \Rightarrow \Pi = A\sqrt{2g \cdot \left(H - \frac{7}{8}H\right)} \Rightarrow \Pi = A\sqrt{2g \cdot \frac{1}{8}H} \Rightarrow$

$$\Pi = \frac{A}{2}\sqrt{g \cdot H}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

Η δύναμη $\vec{F}$ κινεί τον αγωγό ΚΛ ο οποίος αποκτά ταχύτητα $\vec{\upsilon}$.
Ο αγωγός ΚΛ εξ αιτίας της κινησης του λειτουργεί ως πηγή $E_{επ}$.

$$E_{επ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(B_1 S)}{\Delta t} = B_1\frac{\Delta S}{\Delta t} = B_1\frac{L \cdot \Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \quad E_{επ} = B_1\upsilon L$$




Η πολικότητα της πηγής είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Στο κύκλωμα που δημιουργείται από τον αγωγό ΚΛ και την αντίσταση $R_1$ δημιουργείται ρεύμα $I_1 = \dfrac{E_{επ}}{R_1 + R_{ΚΛ}} \Rightarrow$

$$I_1 = \frac{B_1 \upsilon L}{R_1 + R_{ΚΛ}}$$

Εξ αιτίας του ρεύματος $I_1$ δημιουργείται στον αγωγό δύναμη Laplace

$$F_L = B_1 I_1 L = B_1 \frac{B_1 \upsilon L}{R_1 + R_{ΚΛ}} L \Rightarrow \quad F_L = \frac{B_1^2 L^2}{R_1 + R_{ΚΛ}} \upsilon .$$

Η δύναμη Laplace είναι αντίθετη της δύναμης $\vec{F}$ (εξ αιτίας του νόμου Lenz)
Υπολογίζουμε την επιτάχυνση της ράβδου ΚΛ:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{\alpha} \Rightarrow F - F_L = m\alpha \Rightarrow \quad F - \frac{B_1^2 L^2}{R_1 + R_{ΚΛ}} \upsilon = m\alpha$$

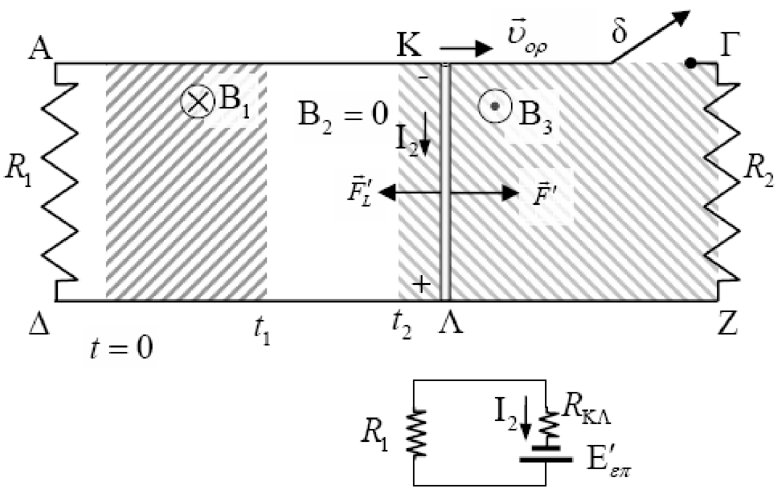
Από την τελευταία σχέση φαινεται ό τι όσο αυξάνεται η ταχύτητα η επιτάχυνση ελαττώνεται επομενως η ράβδος ΚΛ εκτελεί **επιταχυνόμενη κίνηση με φθίνουσα επιτάχυνση**.

Οριακή ταχχύτητα αποκτά η ράβδος όταν μηδενισθεί η επιτάχυνση $\alpha = 0$

$$F - \frac{B_1^2 L^2}{R + R_{ΚΛ1}} \upsilon = m\alpha \xrightarrow[\alpha=0]{\upsilon=\upsilon_{ορ}} F - \frac{B_1^2 L^2}{R_1 + R_{ΚΛ}} \upsilon_{ορ} = m \cdot 0 \Rightarrow F - \frac{B_1^2 L^2}{R_1 + R_{ΚΛ}} \upsilon_{ορ} = 0 \Rightarrow$$

$$\upsilon_{ορ} = \frac{F(R_1 + R_{ΚΛ})}{B_1^2 L^2} = \frac{0{,}8 \cdot (2+3)}{1^2 \cdot 1} = 4 \frac{m}{s}$$

**Γ2.** Από τη χρονική στιγμή $t_1$ έως τη χρονική στιγμή $t_2$ η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Όταν εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο $B_3$ έχει ταχύτητα $\upsilon = \upsilon_{ορ} = 4 \dfrac{m}{s}$.




Η κινούμενη ράβδος μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο $B_3$ είναι πηγή με πολικότητα αντίθετη απ' αυτήν που είχε στην περιοχή με μαγνητικό πεδίο $B_1$. Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος στη ράβδο τώρα είναι $I_2 = \dfrac{E'_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_{K\Lambda}} \Rightarrow \; I_2 = \dfrac{B_3 \upsilon_{o\rho} L}{R_1 + R_{K\Lambda}} = \dfrac{1 \cdot 4 \cdot 1}{2+3} = 0{,}8A$

Για να διατηρηθεί σταθερή η ταχύτητα της ραβδου πρέπει

$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F' - F'_L = 0 \Rightarrow F' = F'_L \Rightarrow F' = B_3 \cdot I_2 \cdot L \Rightarrow F' = 1 \cdot 0{,}8 \cdot 1 = 0{,}8N$

**Γ3.** Η θερμότητα που αναπτύσσεται στους αγωγούς του κυκλώματος δίνεται από τον τύπο $Q = I_2^2 (R_1 + R_{K\Lambda}) \Delta t = I_2 (R_1 + R_{K\Lambda}) I_2 \Delta t \Rightarrow$

$Q = I_2 (R_1 + R_{K\Lambda}) q_{\varepsilon\pi} \;\; \Rightarrow Q = 0{,}8(2+3)0{,}2 = 0{,}8Joule$

**Γ4.** Όταν κλείσει ο διακόπτης οι αντιστάσεις $R_1$ και $R_2$ είναι συνδεδεμένες παράλληλα και ισχύει

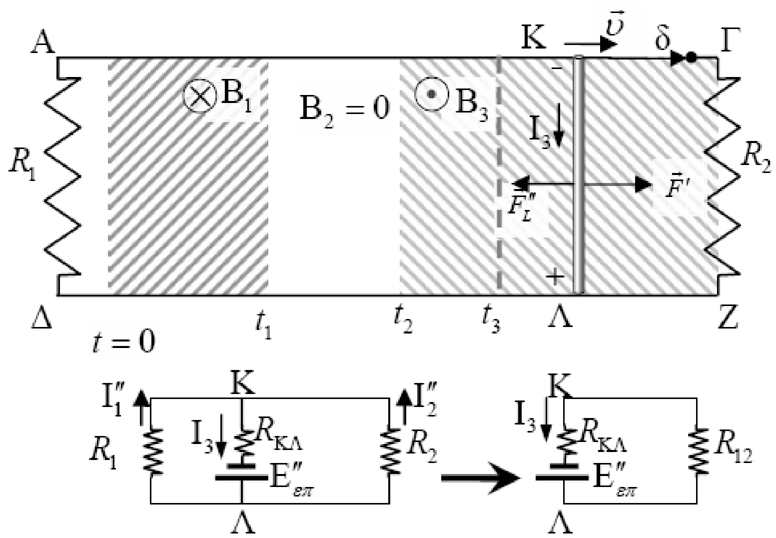
$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 2}{2+2} = 1\Omega$$

Η επαγωγική τaση στη ράβδο είναι $E''_{\varepsilon\pi} = B_3 \upsilon L$

Το ρευμα που διαρρέει τη ράβδο είναι.

$$I_3 = \frac{E''_{\varepsilon\pi}}{R_{12} + R_{K\Lambda}} \Rightarrow$$

$$I_3 = \frac{B_3 \upsilon L}{R_{12} + R_{K\Lambda}}$$




Η νέα οριακή ταχύτητα θα προκύψει όταν

$$\vec{F}' = \vec{F}''_L \Rightarrow F' = B_3 I_3 L \Rightarrow F' = B_3 \frac{B_3 \upsilon'_{o\rho} L}{R_{12} + R_{K\Lambda}} L \Rightarrow F' = \frac{B_3^2 \upsilon'_{o\rho} L^2}{R_{12} + R_{K\Lambda}} \Rightarrow$$

$$\upsilon'_{o\rho} = \frac{F'(R_{12} + R_{K\Lambda})}{B_3^2 L^2} \quad \Rightarrow \upsilon'_{o\rho} = \frac{0{,}8 \cdot (1+3)}{1^2 \cdot 1^2} = 3{,}2 \frac{m}{s}$$

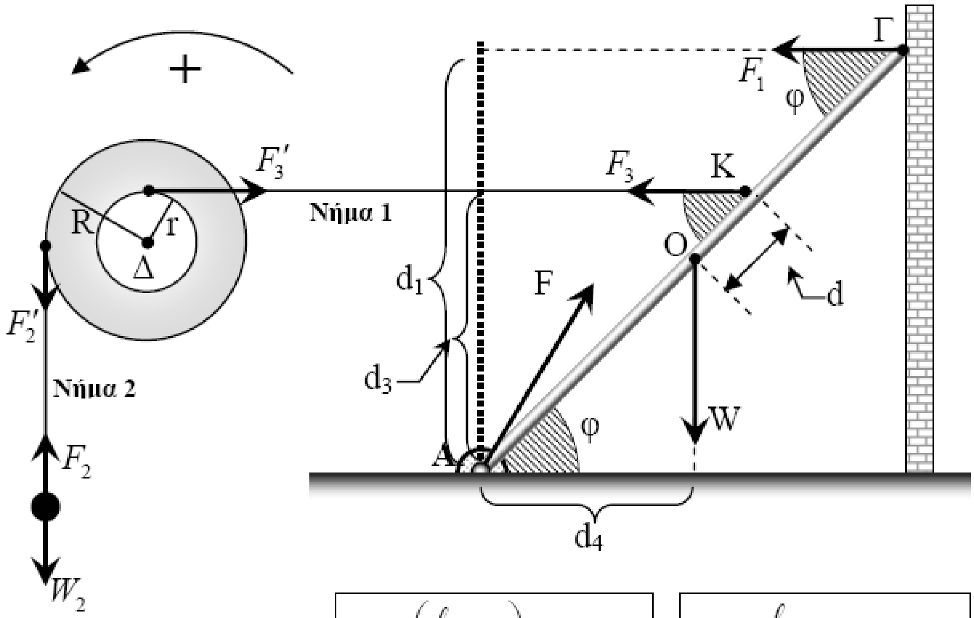
Επίσης $\;E''_{\varepsilon\pi} = B_3 \upsilon L = 1 \cdot 3{,}2 \cdot 1 = 3{,}2Volt$ και $I_3 = \dfrac{E''_{\varepsilon\pi}}{R_{12} + R_{K\Lambda}} = \dfrac{3{,}2}{1+3} = 0{,}8A$

$V_{\Lambda K} = E''_{\varepsilon\pi} - I_3 R_{K\Lambda} = 3{,}2 - 0{,}8 \cdot 3 = 0{,}8Volt \quad \Rightarrow V_{K\Lambda} = -0{,}8Volt$

Και $I''_1 = \dfrac{V_{K\Lambda}}{R_1} = \dfrac{0{,}8}{2} = 0{,}4A \qquad I''_2 = \dfrac{V_{K\Lambda}}{R_2} = \dfrac{0{,}8}{2} = 0{,}4A$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1**




$\boxed{d_1 = \ell \cdot \eta\mu(\varphi)}$ $\boxed{d_3 = \left(\frac{\ell}{2} + d\right) \cdot \eta\mu(\varphi)}$ $\boxed{d_4 = \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu(\varphi)}$

Ισοροπία σώματος $\Sigma_2$ $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_2 = W_2 \Rightarrow F_2 = m_2 g \Rightarrow F_2 = 30N$

Αβαρές νήμα 2 $F_2' = F_2 \Rightarrow F_2' = 30N$

Ισορροπία κυλίνδρου $\Sigma\vec{\tau}_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_{F_2'(\Delta)} + \vec{\tau}_{F_3'(\Delta)} = 0 \Rightarrow F_2' \cdot R - F_3' \cdot r = 0 \;\; F_2' \cdot R = F_3' \cdot r \Rightarrow$

$F_2' \cdot 2r = F_3' \cdot r \Rightarrow 2F_2' = F_3' \Rightarrow F_3' = 60N$

Αβαρές νήμα 1 $F_3' = F_3 \Rightarrow F_3 = 60N$

Ισορροπία Ράβδου

$$\Sigma\vec{\tau}_{(A)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_{F_1} + \vec{\tau}_{F_3(A)} + \vec{\tau}_{W(A)} + \vec{\tau}_{F(A)} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot d_1 + F_3 \cdot d_3 - W \cdot d_4 = 0 \Rightarrow$$

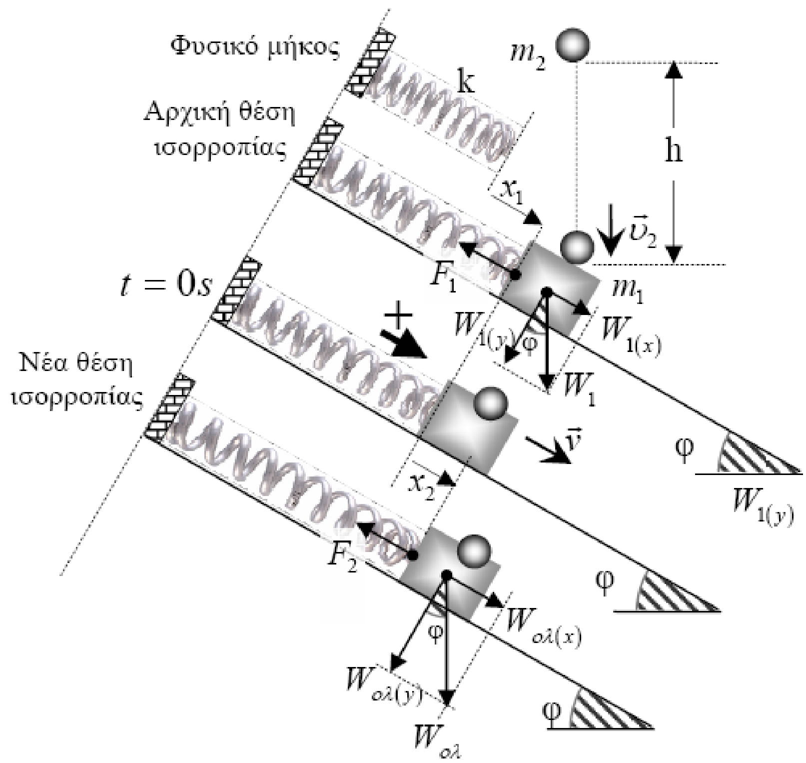
$$F_1 \cdot \ell \cdot \eta\mu(\varphi) + F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{2} + d\right) \cdot \eta\mu(\varphi) - W \cdot \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu(\varphi) = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 \cdot \ell \cdot \eta\mu(\varphi) + F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{6}\right) \cdot \eta\mu(\varphi) - W \cdot \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu(\varphi) = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 \cdot \cancel{\ell} \cdot \eta\mu(\varphi) + F_3 \cdot \frac{2\cancel{\ell}}{3} \cdot \eta\mu(\varphi) - W \cdot \frac{\cancel{\ell}}{2}\sigma\upsilon\nu(\varphi) = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 60 \cdot \frac{2}{3}\frac{\sqrt{2}}{2} - 100 \cdot \frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow \quad F_1 = 10N$$

**Δ2.**




Στην αρχική θέση ισορροπίας ισχύει $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_1 = W_{1(x)} \Rightarrow \ kx_1 = m_1 g\eta\mu(\varphi) \Rightarrow$

$$x_1 = \frac{m_1 g\eta\mu(\varphi)}{k} = \frac{1}{20}m$$

Στην νέα θέση ισορροπίας ισχύει $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_2 = W_{ολ(x)} \Rightarrow$

$$k(x_1 + x_2) = (m_1 + m_2)g\eta\mu(\varphi) \Rightarrow \ \cancel{kx_1} + kx_2 = \cancel{m_1 g\eta\mu(\varphi)} + m_2 g\eta\mu(\varphi) \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{m_2 g\eta\mu(\varphi)}{k} = \frac{3}{20}m$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε απομάκρυνση $-x_2 = -\frac{3}{20}m$ από την θέση ισορροπίας έχοντας ταχύτητα $v = \frac{3\sqrt{3}}{4}\frac{m}{s}$ εφαρμόζουμε ΑΔΕΤ και υπολογίζουμε το πλάτος

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}v^2 + x_2^2}$$

$$A = \sqrt{\frac{1+3}{100}\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{20}\right)^2} = 0{,}3m$$

**Δ3.** Τη χρονική στιγμή $t = 0s$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση $x = -\frac{3}{20}m$, έχει θετική ταχύτητα και ξεκινά να εκετελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 5\frac{r}{s}$ και πλάτος $A = \frac{3}{10}m$.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow x = \frac{3}{10}\eta\mu(5t + \varphi_o) \xrightarrow[x=-\frac{3}{20}]{t=0} -\frac{3}{20} = \frac{3}{10}\eta\mu(\varphi_o) \Rightarrow \eta\mu(\varphi_o) = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\eta\mu(\varphi_o) = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} \varphi_o = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ \varphi_o = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \qquad \text{Τελικά } \varphi_o = \frac{11\pi}{6} \text{ ή } \varphi_o = \frac{7\pi}{6}$$

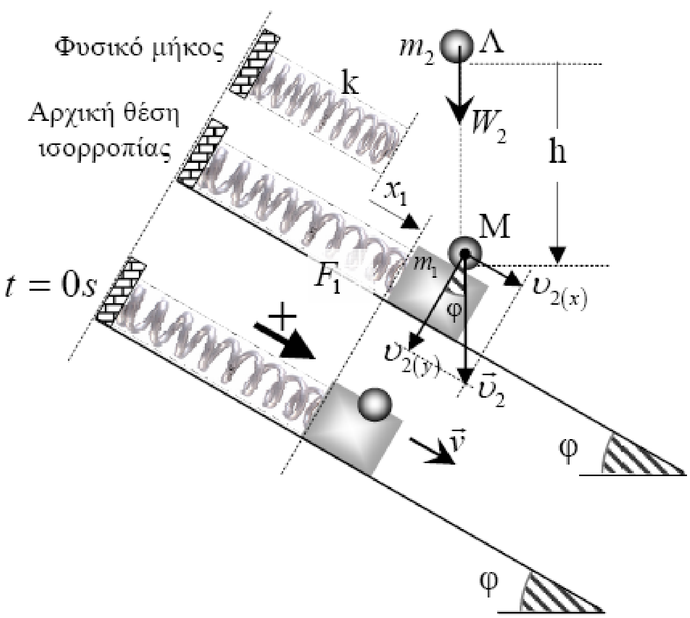
Τη στιγμή $t = 0s$ $\upsilon > 0$

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \xrightarrow{t=0} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\varphi_o) \Rightarrow \begin{cases} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{11\pi}{6}\right) > 0 \quad \text{Δεκτή} \\ \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{6}\right) < 0 \quad \text{Απορρίπτεται} \end{cases}$$

Δεκτή η φάση $\varphi_o = \frac{11\pi}{6}$

Τελικά $x = \frac{3}{10}\eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right)$ στο S.I.

**Δ4.**



Η κρούση είναι πλαγια Η ορμή διατηρείται στον άξονα x-x' που είναι παράλληλος στο κεκλμένο επίπεδο $\vec{p}_{αρχ(x)} = \vec{p}_{τελ(x)} \Rightarrow m_2 υ_{2(x)} = (m_1 + m_2) v \Rightarrow$

$$m_2 υ_2 \cdot ημ(φ) = (m_1 + m_2) v \Rightarrow υ_2 = \frac{(m_1 + m_2) v}{m_2 \cdot ημ(φ)} \Rightarrow υ_2 = \frac{(1+3)\frac{3\sqrt{3}}{4}}{3 \cdot \frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

Υπολογίζω το υψος $h$ με ΘΜΚΕ για το σώμα $m_2$ από το Λ έως το Μ.

$$K_M - K_Λ = W_{W_2} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 υ_2^2 = m_2 g h \Rightarrow h = \frac{υ_2^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{20} = 0{,}6m$$

**Δ5.** Η θέση της μέγιστης επιμήκυνσης του ελατηρίου είναι η **κατώτερη** θέση που φθάνει το συσσωμάτωμα όταν ταλαντώνεται. Σε κείνη τη θέση

$$\left|\vec{F}_{ελ}\right| = k(x_1 + x_2 + A) = 100 \cdot \left(\frac{1}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{10}\right) = 50N \text{ και } \left|\vec{F}_{επ}\right| = k \cdot A = 100 \cdot \frac{3}{10} = 30N$$

$$\frac{\left|\vec{F}_{ελ}\right|}{\left|\vec{F}_{επ}\right|} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{K_Π}{K_M} = \frac{\frac{1}{2} I ω^2}{\frac{1}{2} m (υ')^2} \Rightarrow \frac{K_Π}{K_M} = \frac{\frac{mR^2}{2} ω^2}{m (υ')^2} \Rightarrow \frac{K_Π}{K_M} = \frac{\frac{mR^2}{2} ω^2}{m (υ')^2} \Rightarrow \frac{K_Π}{K_M} = \frac{\frac{2(0{,}1)^2}{2} 20^2}{2 \cdot 3^2} \Rightarrow \frac{K_Π}{K_M} = \frac{2}{9}$$