# ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
# Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
# ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019
# ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
# ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

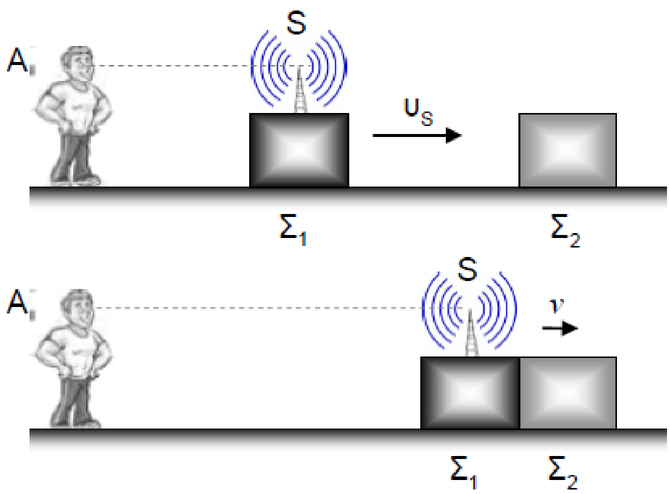
**Α1.** β **Α2.** γ **Α3.** α **Α4.** γ

**Α5. α.** Λάθος **β.** Σωστό **γ.** Λάθος **δ.** Σωστό **ε.** Σωστό

## ΘΕΜΑ Β

**Β1. α) Σωστό το (ii)**

**β)** Πριν την κρούση η συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής Α δίνεται από τον τύπο




$$f_1 = \frac{υ_H}{υ_H + υ_S} f_S \Rightarrow$$

$$f_1 = \frac{υ_H}{υ_H + \frac{υ_H}{20}} f_S \Rightarrow$$

$$f_1 = \frac{υ_H}{\frac{21}{20}υ_H} f_S \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} f_S$$

Εφαρμόζω ΑΔΟ και υπολογίζω την ταχύτητα της πηγής μετά την κρούση

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow \vec{υ}_s \cdot m_1 = \vec{υ}'_s \cdot (m_1 + m_2) \Rightarrow υ_s \cdot m_1 = υ'_s \cdot 2 \cdot m_1 \Rightarrow υ'_s = \frac{υ_s}{2} \Rightarrow υ'_s = \frac{\frac{υ_H}{20}}{2} \Rightarrow$$

$$υ'_s = \frac{υ_H}{40}$$

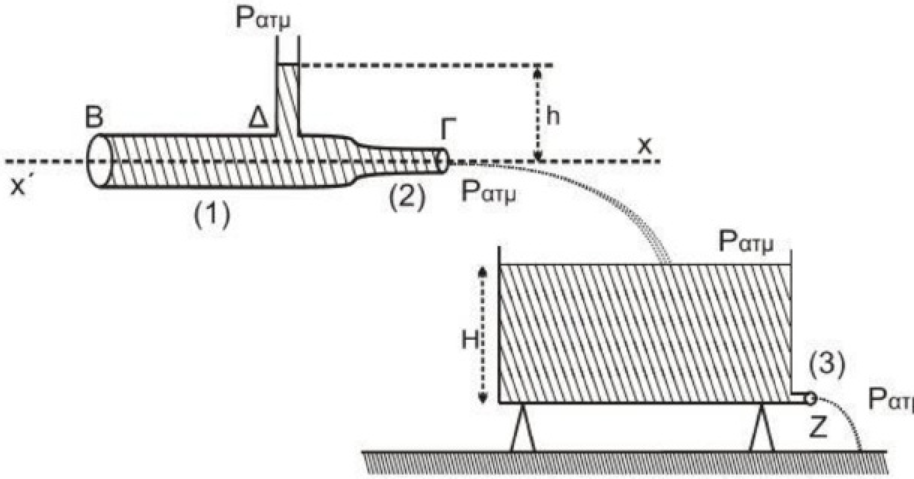
Μετά την κρούση η συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής Α δίνεται από τον τύπο

$$f_2 = \frac{υ_H}{υ_H + υ'_S} f_S \Rightarrow \quad f_2 = \frac{υ_H}{υ_H + \frac{υ_H}{40}} f_S \Rightarrow \quad f_2 = \frac{υ_H}{\frac{41}{40}υ_H} f_S \Rightarrow \quad \Rightarrow f_2 = \frac{40}{41} f_S$$

Τελικά $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} f_S}{\frac{40}{41} f_S} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{20 \cdot 41}{40 \cdot 21} \Rightarrow \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}$

**Β2. α) Σωστό το (iii)**

**β)** Για να μένει σταθερό το ύψος H πρέπει οι παροχές (2) και (3) να είναι ίσες.




$$\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2 \cdot \upsilon_2 = A_3 \cdot \upsilon_3 \Rightarrow A_2 \cdot \upsilon_2 = \frac{A_2}{2} \cdot \upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{1}{2} \cdot \upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = 2\upsilon_2$$

Υπολογίζω την ταχύτητα $.\upsilon_2$. Από εξίσωση συνέχειας για την κίνηση του νερού στο σωλήνα $A_1 \cdot \upsilon_1 = A_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow 2A_2 \cdot \upsilon_1 = A_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow 2\upsilon_1 = \upsilon_2$

Εφαρμόζω εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Δ και Γ

$$p_\Delta + \frac{\rho \upsilon_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot 0 = p_\Gamma + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot 0 \Rightarrow p_\Delta + \frac{\rho \left(\frac{\upsilon_2}{2}\right)^2}{2} = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2} \Rightarrow$$

$$p_\Delta + \frac{\rho \upsilon_2^2}{8} = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2} \Rightarrow p_\Delta = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2} - \frac{\rho \upsilon_2^2}{8} \Rightarrow$$

$$p_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{3\rho \upsilon_2^2}{8} \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = \frac{3\rho \upsilon_2^2}{8} \Rightarrow g \cdot h = \frac{3\upsilon_2^2}{8} \Rightarrow \quad \upsilon_2^2 = \frac{8g \cdot h}{3}$$

(Η πίεση στο σημείο Δ είναι $p_\Delta = p_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h$)

Υπολογίζω την ταχύτητα $\upsilon_3$

Εφαρμόζω εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων μεταξύ της επιφάνειας του νερού στο δοχείο και του σημείου Ζ.

$$p_E + \frac{\rho \upsilon_E^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H = p_\Gamma + \frac{\rho \upsilon_3^2}{2} + \rho \cdot g \cdot 0 \Rightarrow p_{\alpha\tau\mu} + \cancel{\frac{\rho \upsilon_E^2}{2}} + \rho \cdot g \cdot H = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{\rho \upsilon_3^2}{2} \Rightarrow$$

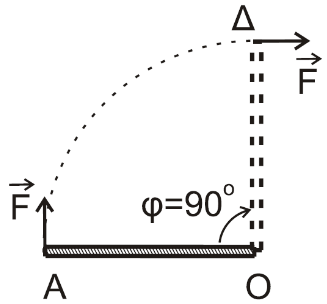
$$\upsilon_3^2 = 2g \cdot H$$

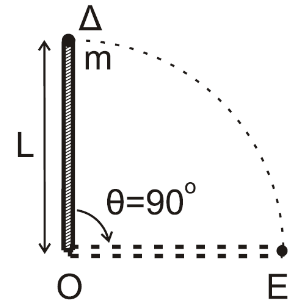
Για να μένει σταθερό το ύψος H πρέπει

$$\upsilon_3 = 2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_3^2 = 4\upsilon_2^2 \Rightarrow 2g \cdot H = 4\frac{8g \cdot h}{3} \Rightarrow H = \frac{16}{3}h \Rightarrow \frac{3}{16} = \frac{h}{H}$$

**Β3.** **α)** **Σωστό το (ii)**

**β)** Υπολογίζω τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου πριν την πλαστική κρούση με τη μάζα m εφαρμόζω ΘΜΚΕ για τη ράβδο από τη θέση (Α) μέχρι τη θέση (Δ)




$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I\omega_1^2 - 0 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\frac{ML^2}{3}\omega_1^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{3F \cdot \pi}{M \cdot L} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{3 \cdot 9\pi \cdot \pi}{3 \cdot 1} \Rightarrow \quad \omega_1 = 3\pi \frac{rad}{s}$$

Στην πλαστική κρούση διατηρείται η στροφορμή

$$L_1 = L_2 \Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow \frac{ML^2}{3}\omega_1 = \left(\frac{ML^2}{3} + mL^2\right)\omega_2 \Rightarrow \frac{3 \cdot 1^2}{3} 3\pi = \left(\frac{3 \cdot 1^2}{3} + 1 \cdot 1^2\right)\omega_2 \Rightarrow$$

$$3\pi = 2\omega_2 \Rightarrow \quad \omega_2 = \frac{3\pi}{2}\frac{rad}{s} \qquad \Delta\varphi = \omega_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{1}{3} s$$

## ΘΕΜΑ Γ

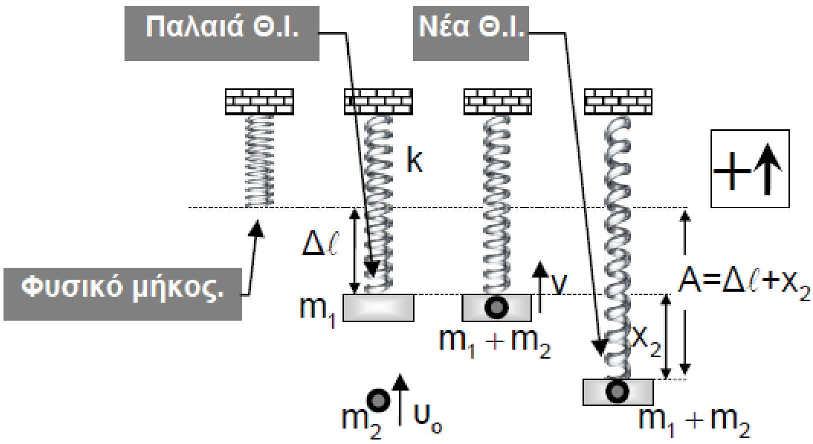
**Γ1.** Το σώμα $m_1$ αρχικά ισορροπεί οπότε

$$F_{ελ} = m_1 g \Rightarrow k \cdot \Delta\ell = m_1 g \Rightarrow$$

$$k = \frac{m_1 g}{\Delta\ell} \Rightarrow$$

$$k = \frac{10}{0{,}05} = 200 \frac{N}{m}$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ταλαντώνεται έχοντας θέση ισορροπίας που βρίσκεται $x_2$ πιο κάτω από την παλιά θέση ισορροπίας. Στη νέα θέση ισορροπίας ισχύει




$$F'_{ελ} = (m_1 + m_2)g \Rightarrow k \cdot (\Delta\ell + x_2) = (m_1 + m_2)g \Rightarrow k \cdot \Delta\ell + k \cdot x_2 = m_1 g + m_2 g \Rightarrow$$

$$\cancel{k\Delta\ell} + k \cdot x_2 = \cancel{m_1 g} + m_2 g \Rightarrow \quad x_2 = \frac{m_2 g}{k} \quad \Rightarrow x_2 = \frac{10}{200} = 0{,}05\,m$$

Το πλάτος της ταλάντωσης είναι A=Δℓ+$x_2$ $\Rightarrow A = 0{,}005 + 0{,}05 = 0{,}1 m$

**Γ2.** Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα v εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ υπολογίζω την ταχύτητα v

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k\left(A^2 - x_2^2\right)}{m_1 + m_2}}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{200\left[(0,1)^2 - (0,05)^2\right]}{2}} = \sqrt{100\left(10^{-2} - 0,25 \cdot 10^{-2}\right)} = \sqrt{(1 - 0,25)} \quad \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$$

Εφαρμόζω ΑΔΟ για την πλαστική κρούση κα υπολογίζω την $\upsilon_o$

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_2 \cdot \vec{\upsilon}_o = (m_1 + m_2)\vec{v} \Rightarrow m_2 \cdot \upsilon_o = (m_1 + m_2)v \Rightarrow \upsilon_o = \frac{m_1 + m_2}{m_2} v \Rightarrow$$

$$\upsilon_o = \frac{2}{1}\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \quad \upsilon_o = \sqrt{3}\frac{m}{s}$$

Η κινητική ενέργεια του $Σ_2$ πριν την κρούση είναι $K = \frac{1}{2}m_2\upsilon_o^2 = \frac{1}{2}\cdot 1 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2 = \frac{3}{2}J$

**Γ3.** Η μεταβολή της ορμής του $Σ_2$ είναι $\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2(τελ)} - \vec{p}_{2(αρχ)} \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m_2\vec{v} - m_2\vec{\upsilon}_o \Rightarrow$

$$\Delta p_2 = m_2 v - m_2 \upsilon_o \Rightarrow \ \Delta p_2 = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow \ \Delta p_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} kg\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι $\left|\Delta\vec{p}_2\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}kg\frac{m}{s}$ και η μεταβολή της ορμής του $Σ_2$ έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_o$ δηλαδή προς τα κάτω.

**Γ4.** Η σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος δίνεται από τη σχέση

$$x = A \cdot ημ(\omega t + \varphi_o) \ \text{ με } A = 0{,}1m \quad \text{και} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10\frac{rad}{s}$$

Αφού όταν $t_o = 0s$ η απομάκρυνση είναι $x = +x_2 = 0{,}05m$ και η ταχύτητα v έχει θετική φορά

$$x = A \cdot ημ(\omega t + \varphi_o) \xrightarrow[x=0,05]{t_o=0} 0{,}05 = 0{,}1 \cdot ημ(\varphi_o) \Rightarrow ημ(\varphi_o) = \frac{1}{2} \Rightarrow ημ(\varphi_o) = ημ\frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\varphi_o = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \ \text{ ή } \ \varphi_o = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \ \text{ άρα } \varphi_o = \frac{\pi}{6} \ \text{ ή } \ \varphi_o = \frac{5\pi}{6}$$

Αρχική φάση είναι η $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$ διότι αυτή δίνει τη στιγμή $t_o = 0s$ θετική ταχύτητα

Τελικά $x = 0{,}1 \cdot ημ\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$ στο S.I.

## ΘΕΜΑ Δ

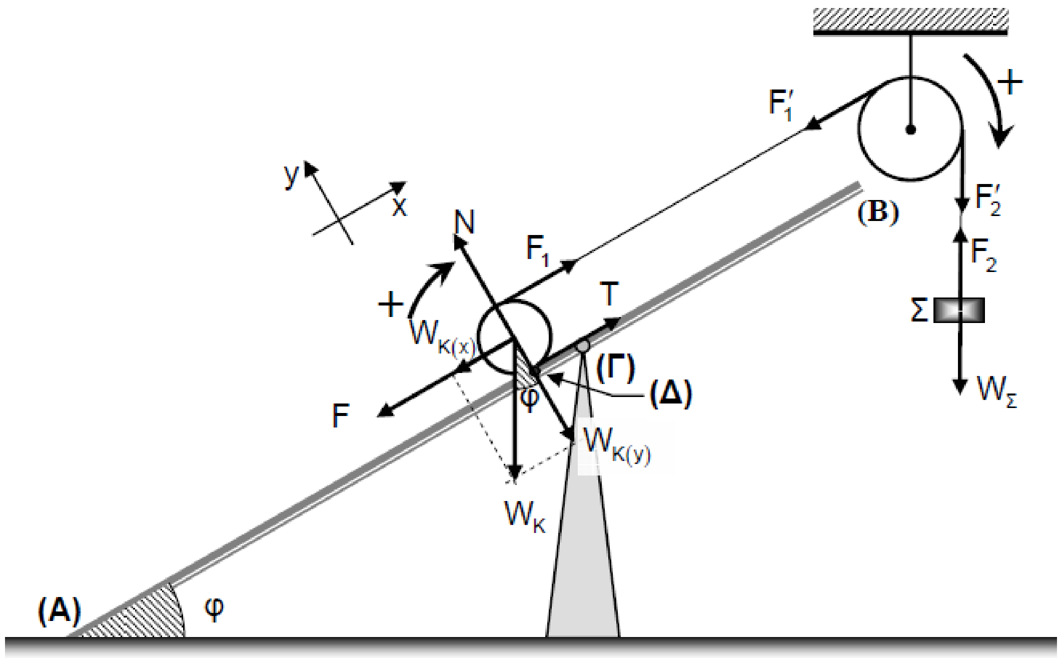
**Δ1.** Το σώμα Σ ισορροπεί οπότε

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_2 - W_Σ = 0 \Rightarrow F_2 = W_Σ \Rightarrow F_2 = m_Σ g \Rightarrow F_2 = 20N$$

Το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό οπότε $F_2' = F_2 \Rightarrow \ F_2' = 20N$

Η τροχαλία ισορροπεί οπότε

$$\Sigma\vec{\tau} = 0 \Rightarrow F_1'R_T - F_2'R_T = 0 \Rightarrow \ F_1' = F_2' \Rightarrow \ \Sigma\vec{\tau} = 0 \Rightarrow F_1'R_T - F_2'R_T = 0 \Rightarrow F_1' = F_2' \Rightarrow F_1' = 20N$$




Το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό οπότε $F_1' = F_1 \Rightarrow \quad F_1 = 20N$

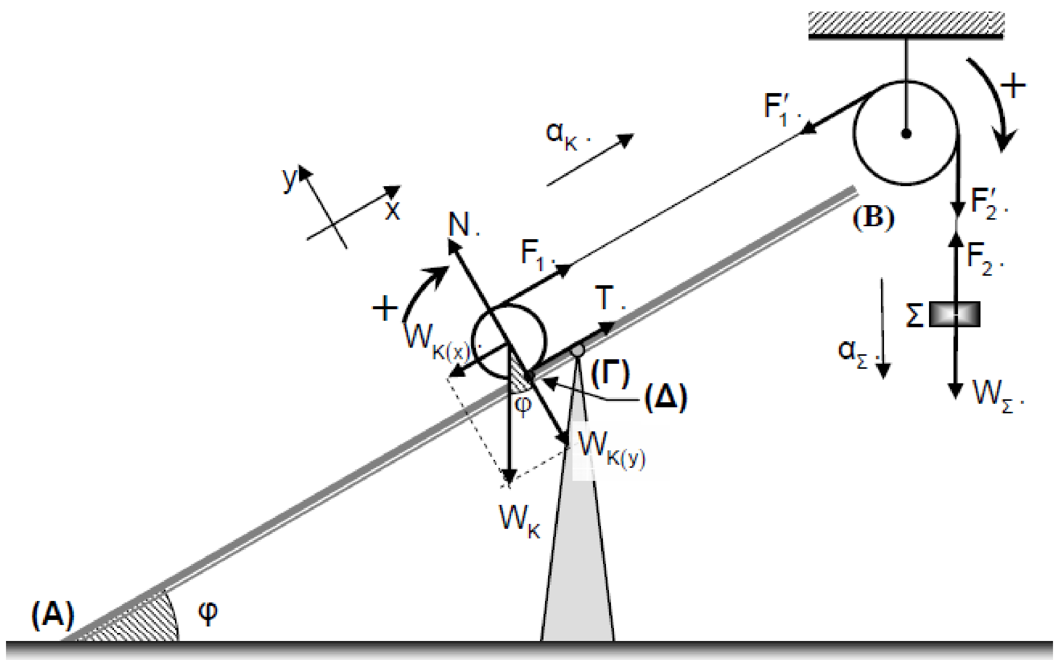
Ο κύλινδρος ισορροπεί οπότε

Η συνολική ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στον κύλινδρο, ως προς το κέντρο μάζας του κυλίνδρου, είναι μηδέν $\Sigma\vec{\tau} = 0 \Rightarrow F_1 R_K - T R_K = 0 \Rightarrow \quad F_1 = T \quad \Rightarrow T = 20N$

Και η συνισταμένη στον x-άξονα των δυνάμεων που ασκούνται στον κύλινδρο θα είναι μηδέν $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_1 + T - F - W_{K(x)} = 0 \Rightarrow F_1 + T - m_K g \cdot ημ(φ) = F \Rightarrow$

$$20 + 20 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = F \Rightarrow F = 30N$$

**Δ2.**



Τη στιγμή $t = 0s$ καταργείται η δύναμη $\vec{F}$

Το σώμα Σ κατέρχεται με επιτάχυνση $\alpha_\Sigma$ και ο κύλινδρος ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με επιτάχυνση $\alpha_K$. Το σώμα Σ έχει την επιτάχυνση που έχει το νήμα το οποίο συνδέεται στο πάνω μέρος του κυλίνδρου οπότε $\alpha_\Sigma = 2\alpha_K \ (1)$

Η τροχαλία έχει γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma(T)}$. Στην τροχαλία κινείται το νήμα χωρίς να ολισθαίνει οπότε $\alpha_\Sigma = R_T \cdot \alpha_{\gamma(T)} \ (2)$

Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει οπότε $\alpha_K = R_K \cdot \alpha_{\gamma(K)} \ (3)$

Το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό οπότε $F_2' = F_2$ και $F_1' = F_1$

Το σώμα Σ εκτελεί μεταφορική κίνηση. Εφαρμόζω $2^o$ νόμο του Newton για τη μεταφορική κίνηση του σώματος $\Sigma\vec{F} = m_\Sigma \cdot \vec{\alpha}_\Sigma \Rightarrow W_\Sigma - F_2 = m_\Sigma \cdot \alpha_\Sigma \ (4)$

Η τροχαλία εκτελεί περιστροφική κίνηση.

Εφαρμόζω $2^o$ νόμο του Newton για την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας

$$\Sigma\vec{\tau} = I_T \cdot \vec{\alpha}_{\gamma(T)} \Rightarrow F_2'R_T - F_1'R_T = I_T \cdot \alpha_{\gamma(T)} \Rightarrow F_2' - F_1' = \frac{I_T}{R_T} \cdot \alpha_{\gamma(T)} \xrightarrow{(2)} F_2' - F_1' = \frac{I_T}{R_T^2} \cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow$$

$$F_2 - F_1 = \frac{I_T}{R_T^2} \cdot \alpha_\Sigma \ (5)$$

Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Εφαρμόζω $2^o$ νόμο του Newton για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου

$$\Sigma\vec{F}_x = m_K \cdot \vec{\alpha}_K \Rightarrow F_1 + T - W_{K(x)} = m_K \cdot \alpha_K \Rightarrow F_1 + T - m_K g \cdot \eta\mu(\varphi) = m_K \cdot \alpha_K \ (6)$$

Για την περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου εφαρμόζω $2^o$ νόμο του Newton για την περιστροφική κίνηση.

$$\Sigma\vec{\tau} = I_T \cdot \vec{\alpha}_{\gamma(K)} \Rightarrow F_1R_K - TR_K = I_K \cdot \alpha_{\gamma(K)} \Rightarrow F_1 - T = \frac{I_K}{R_K} \cdot \alpha_{\gamma(K)} \xrightarrow{(3)} F_1 - T = \frac{I_K}{R_K^2} \cdot \alpha_K \ (7)$$

Οι εξισώσεις $(1),(2),(3),(4),(5),(6)$ και $(7)$ αποτελούν ένα σύστημα 7 εξισώσεων με 7 αγνώστους το οποίο επιλύουμε

$$(6)+(7) \Rightarrow F_1 + \cancel{T} + F_1 - \cancel{T} - m_K g \cdot \eta\mu(\varphi) = \left(m_K + \frac{I_K}{R_K^2}\right) \cdot \alpha_K \Rightarrow$$

$$2F_1 - m_K g \cdot \eta\mu(\varphi) = \left(m_K + \frac{I_K}{R_K^2}\right) \cdot \alpha_K \Rightarrow F_1 = \frac{m_K g \cdot \eta\mu(\varphi)}{2} + \frac{1}{2}\left(m_K + \frac{I_K}{R_K^2}\right) \cdot \alpha_K \xrightarrow{(1)}$$

$$F_1 = \frac{m_K g \cdot \eta\mu(\varphi)}{2} + \frac{1}{2}\left(m_K + \frac{I_K}{R_K^2}\right) \cdot \frac{\alpha_\Sigma}{2} \Rightarrow F_1 = \frac{m_K g \cdot \eta\mu(\varphi)}{2} + \frac{1}{4}\left(m_K + \frac{I_K}{R_K^2}\right) \cdot \alpha_\Sigma \ (8)$$

$$(4)+(5) \Rightarrow W_\Sigma - \cancel{F_2} + \cancel{F_2} - F_1 = \left(m_\Sigma + \frac{I_T}{R_T^2}\right) \cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow W_\Sigma - F_1 = \left(m_\Sigma + \frac{I_T}{R_T^2}\right) \cdot \alpha_\Sigma \xrightarrow{(8)}$$

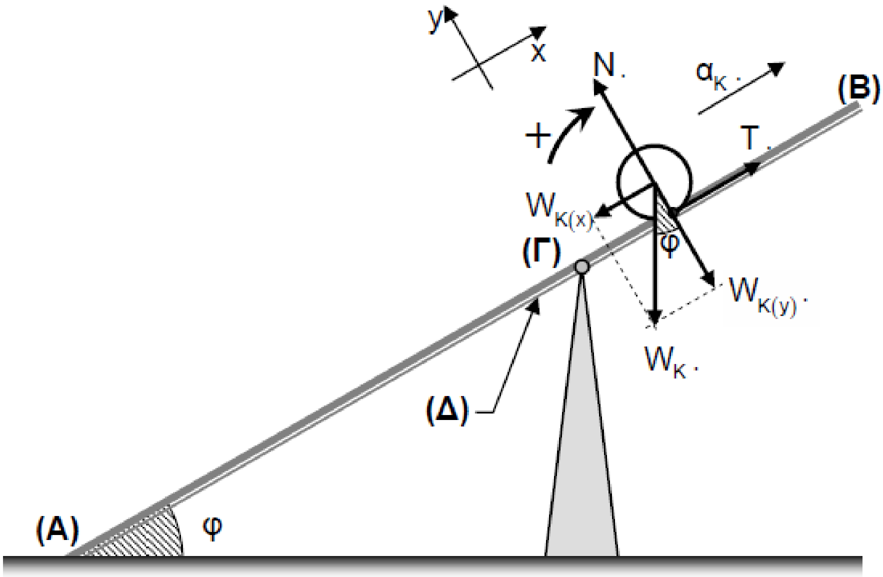
$$W_\Sigma - \frac{m_K g \cdot \eta\mu(\varphi)}{2} - \frac{1}{4}\left(m_K + \frac{I_K}{R_K^2}\right)\cdot \alpha_\Sigma = \left(m_\Sigma + \frac{I_T}{R_T^2}\right)\cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow$$

$$W_\Sigma - \frac{m_K g \cdot \eta\mu(\varphi)}{2} = \left(\frac{m_K}{4} + \frac{1}{4}\frac{I_K}{R_K^2} + m_\Sigma + \frac{I_T}{R_T^2}\right)\cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow$$

$$m_\Sigma g - \frac{m_K g \cdot \eta\mu(\varphi)}{2} = \left(\frac{m_K}{4} + \frac{1}{4}\frac{m_K}{2} + m_\Sigma + \frac{m_T}{2}\right)\cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow$$

$$2\cdot 10 - \frac{2\cdot 10\cdot \frac{1}{2}}{2} = \left(\frac{2}{4} + \frac{1}{4}\frac{2}{2} + 2 + \frac{2}{2}\right)\cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow 15 = \frac{15}{4}\alpha_\Sigma \Rightarrow \quad \alpha_\Sigma = 4\frac{m}{s^2}$$

**Δ3.**




Ο κύλινδρος κινείται με επιτάχυνση $(1) \Rightarrow \alpha_K = \frac{\alpha_\Sigma}{2} = \frac{4}{2} = 2\frac{m}{s^2}$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 0{,}5s$ που κόβεται το νήμα.

Μέχρι εκείνη τη στιγμή ο κύλινδρος έχει αναπτύξει ταχύτητα

$$\upsilon_1 = \alpha_K \cdot t_1 \Rightarrow \ \upsilon_1 = 2\cdot 0{,}5 = 1\frac{m}{s}$$

και έχει μετατοπισθεί κατά $x_1 = \frac{1}{2}\alpha_K \cdot t_1^2 \Rightarrow \ x_1 = \frac{1}{2}2\cdot(0{,}5)^2 = 0{,}25m$

Όταν κόβεται το νήμα ο κύλινδρος συνεχίζει να κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $\alpha'_K$

Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει οπότε $\alpha'_K = R_K \cdot \alpha'_{\gamma(K)} \Rightarrow \ \alpha'_{\gamma(K)} = \frac{\alpha'_K}{R_K}$

Για την περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου εφαρμόζω $2^o$ νόμο του Newton για την περιστροφική κίνηση.

$$\Sigma\vec{\tau} = I_T \cdot \vec{\alpha}'_{\gamma(K)} \Rightarrow -TR_K = I_K \cdot \alpha'_{\gamma(K)} \Rightarrow -T = \frac{I_K}{R_K} \cdot \alpha'_{\gamma(K)} \Rightarrow T = -\frac{I_K}{R_K^2} \cdot \alpha'_K \quad (9)$$

Εφαρμόζω 2$^o$ νόμο του Newton για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου

$$\Sigma\vec{F}_x = m_K \cdot \vec{\alpha}'_K \Rightarrow T - W_{K(x)} = m_K \cdot \alpha'_K \Rightarrow T - m_K g \cdot \eta\mu(\varphi) = m_K \cdot \alpha'_K$$

$$\xrightarrow{(9)} -\frac{I_K}{R_K^2} \cdot \alpha'_K - m_K g \cdot \eta\mu(\varphi) = m_K \cdot \alpha'_K \Rightarrow -m_K g \cdot \eta\mu(\varphi) = m_K \cdot \alpha'_K + \frac{I_K}{R_K^2} \cdot \alpha'_K$$

$$\alpha'_K = -\frac{m_K g \cdot \eta\mu(\varphi)}{m_K + \frac{I_K}{R_K^2}} \Rightarrow \alpha'_K = -\frac{m_K g \cdot \eta\mu(\varphi)}{m_K + \frac{m_K}{2}} \Rightarrow \alpha'_K = -\frac{2}{3} g \cdot \eta\mu(\varphi) \Rightarrow \quad \alpha'_K = -\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

Ο κύλινδρος εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση που έχει μέτρο $\alpha'_K = \frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$

Υπολογίζω το χρόνο μέχρι να σταματήσει ο κύλινδρος

$$\upsilon = \upsilon_1 - \alpha'_K \Delta t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3}\Delta t \Rightarrow \quad \Delta t = 0{,}3s.$$

Τελικά ο κύλινδρος σταματάει τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t = 0{,}5 + 0{,}3 \Rightarrow \quad t_2 = 0{,}8s$

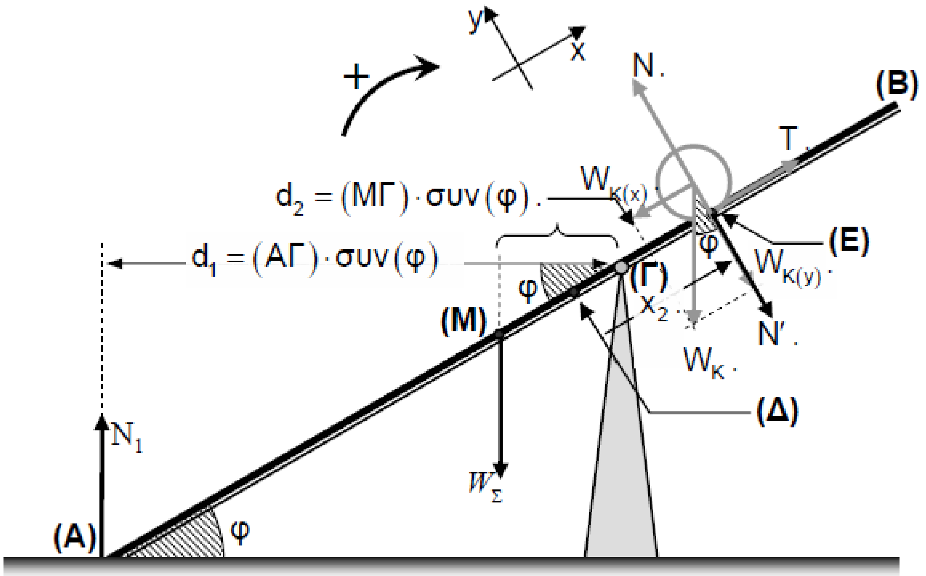
Και η απόσταση που θα διανύσει επιβραδυνόμενος θα είναι

$$x_2 = \upsilon_1 \cdot \Delta t - \frac{1}{2}\alpha'_K (\Delta t)^2 = 1 \cdot 0{,}3 - \frac{1}{2}\frac{10}{3}(0{,}3)^2 \Rightarrow \quad x_2 = 0{,}15m$$

**Δ4.** Ο κύλινδρος από τη χρονική στιγμή $t = 0s$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 0{,}8s$ που κύλινδρος σταματάει στιγμιαία έχει διανύσει απόσταση

$$x_{o\lambda} = x_1 + x_2 \Rightarrow \quad x_{o\lambda} = 0{,}25 + 0{,}15 = 0{,}4m$$

**Δ5.**




Όταν ο κύλινδρος σταματήσει στιγμιαία βρίσκεται στο σημείο Ε τότε για τον κύλινδρο ισχύει $\Sigma Fy = 0 \Rightarrow \; N - W_{K(y)} = 0 \Rightarrow \; N = m_K g\sigma\upsilon\nu(\varphi)$

Ν είναι η δύναμη που η σανίδα ασκεί στον κύλινδρο.

$N'$ είναι η δύναμη που ο κύλινδρος ασκεί στη σανίδα στο σημείο Ε.

Από 3$^o$ νόμο Newton $N = N' \Rightarrow \quad N' = m_K g\sigma\upsilon\nu(\varphi)$

Η σανίδα δέχεται από το έδαφος τη δύναμη $N_1$. Όσο ο κύλινδρος ανεβαίνει η δύναμη $N_1$ ελαττώνεται. Η σανίδα ανατρέπεται όταν η $N_1$ πάρει αρνητική τιμή.

Θα υπολογίσω τη δύναμη $N_1$ όταν ο κύλινδρος έχει φτάσει στο ανώτατο σημείο Ε .και η $N_1$ έχει πάρει την ελάχιστη τιμή της. Θεωρώντας ότι η σανίδα ισορροπεί

Υπολογίζουμε τις αποστάσεις

$$(\mathrm{A\Gamma}) = \ell - (\mathrm{B\Gamma}) = 4 - 1{,}5 = 2{,}5\mathrm{m}$$

$$(\mathrm{M\Gamma}) = \frac{\ell}{2} - (\mathrm{B\Gamma}) = 2 - 1{,}5 = 0{,}5\mathrm{m}$$

$$(\Gamma\mathrm{E}) = (\Delta\mathrm{E}) - (\Delta\Gamma) = x_2 - (\Delta\Gamma) = 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}2\mathrm{m}$$

Για τη σανίδα η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το σημείο Γ θα είναι μηδέν

$$\Sigma\vec{\tau}_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow N_1 \cdot d_1 - W_\Sigma \cdot d_2 + N' \cdot (\Gamma\mathrm{E}) = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 \cdot (\mathrm{A\Gamma}) \cdot \sigma\upsilon\nu(\varphi) - M \cdot g \cdot (\mathrm{M\Gamma}) \cdot \sigma\upsilon\nu(\varphi) + m_K \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu(\varphi) \cdot (\Gamma\mathrm{E}) = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 \cdot (\mathrm{A\Gamma}) - M \cdot g \cdot (\mathrm{M\Gamma}) + m_K \cdot g \cdot (\Gamma\mathrm{E}) = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 = \frac{M \cdot g \cdot (\mathrm{M\Gamma}) - m_K \cdot g \cdot (\Gamma\mathrm{E})}{(\mathrm{A\Gamma})} = \frac{20 \cdot 0{,}5 - 20 \cdot 0{,}2}{2{,}5} = 2{,}4\mathrm{N}$$

Η σανίδα δεν ανατρέπεται διότι η ελαχίστη τιμή που παίρνει όσο ο κύλινδρος κινείται είναι θετική.