ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

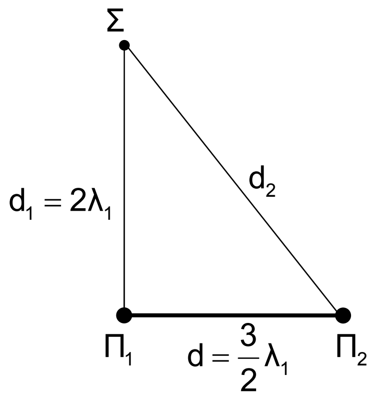
Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** α **Α4.** δ

Α5. α. Λάθος **β.** Σωστό **γ.** Λάθος **δ.** Σωστό **ε.** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστό το (i)

β) Από Πυθαγόρειο θεώρημα για το ορθογώνιο τρίγωνο βρίσκω την d_2



$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} \Rightarrow d_2 = \sqrt{(2\lambda_1)^2 + \left(\frac{3\lambda_1}{2}\right)^2} \Rightarrow$$

$$d_2 = \sqrt{4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4}} \Rightarrow \quad d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}$$

Όταν διπλασιάζω τη συχνότητα το μήκος κύματος γίνεται

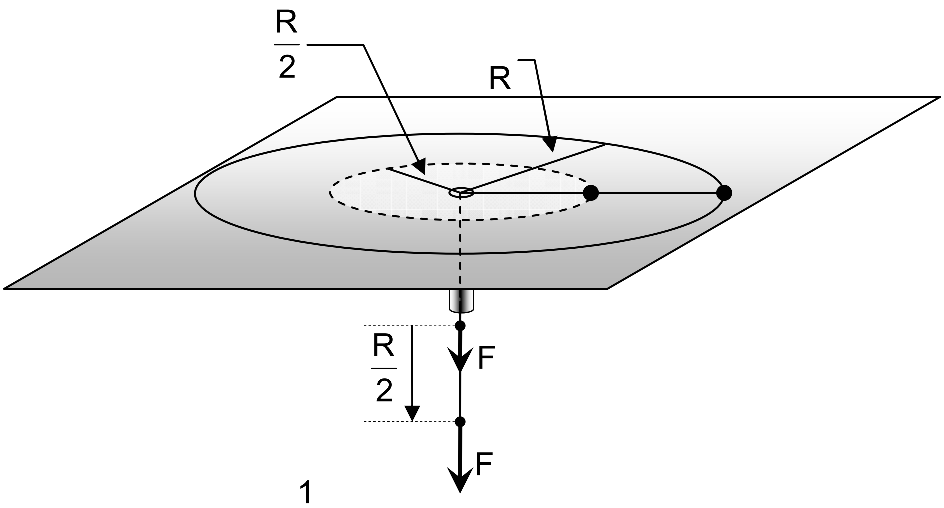
$$\lambda_2 = \frac{\upsilon}{f_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\upsilon}{2f_1} \Rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$d_1 - d_2 = 2\lambda_1 - \frac{5}{2}\lambda_1 \Rightarrow d_1 - d_2 = -\frac{\lambda}{2_1} \Rightarrow d_1 - d_2 = -\lambda_2 \Rightarrow \quad d_1 - d_2 = -2\frac{\lambda_2}{2}$$

Η διαφορά $d_1 - d_2$ για το σημείο Σ μετά τον διπλασιασμό της συχνότητας είναι **άρτιο** πολλαπλάσιο $\frac{\lambda_2}{2}$ οπότε είναι σημείο ενίσχυσης

Β2. α) Σωστό το (iii)

β) Η ροπή της δύναμης που δρα στο σφαιρίδιο είναι μηδέν οπότε διατηρείται η στροφορμή του σφαιριδίου



$$L_1 = L_2 \Rightarrow m\upsilon_1 R = m\upsilon_2 \frac{R}{2} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{2} \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1$$

$$\omega_2 \frac{R}{2} = 2\omega_1 R \Rightarrow \quad \omega_2 = 4\omega_1 \Rightarrow \quad \omega_2 = 4\omega$$

Η δύναμη F μεταβλητή και το έργο της υπολογίζεται με

$$\text{ΘΜΚΕ}: \quad K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = W_F \Rightarrow$$

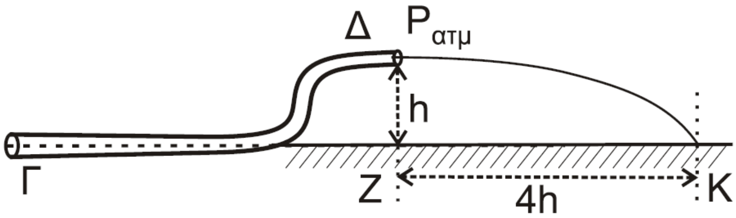
$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\left(\omega_2 \frac{R}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}m(\omega R)^2 = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}mR^2\left(\omega_2^2 \frac{1}{4} - \omega^2\right) = W_F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mR^2\left((4\omega)^2 \frac{1}{4} - \omega^2\right) = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}mR^2\left(16\omega_1^2 \frac{1}{4} - \omega_1^2\right) = W_F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{3}{2}mR^2\omega_1^2$$

Β3. α) Σωστό το (i)

β) Από οριζόντια βολή που εκτελεί το νερό από το σημείο Δ μέχρι το σημείο Κ στο έδαφος



Κατακόρυφη κίνηση:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Οριζόντια κίνηση $\quad 4h = \upsilon_\Delta t \Rightarrow 4h = \upsilon_\Delta \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow 4h\sqrt{\frac{g}{2h}} = \upsilon_\Delta \Rightarrow \upsilon_\Delta = \sqrt{8gh}$

Από εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των σημείων Γ και Δ έχουμε:

$$\upsilon_\Gamma A_\Gamma = \upsilon_\Delta A_\Delta \Rightarrow \upsilon_\Gamma 2A_\Delta = \upsilon_\Delta A_\Delta \Rightarrow 2\upsilon_\Gamma = \upsilon_\Delta \Rightarrow 2\upsilon_\Gamma = \sqrt{8gh} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \frac{\sqrt{8gh}}{2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{2gh}$$

Εφαρμόζω εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Γ και Δ

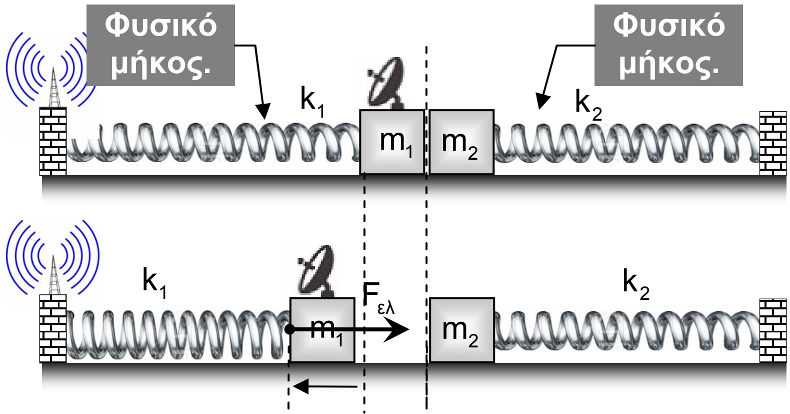
$$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 + \rho \cdot g \cdot 0 = p_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Delta^2 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow p_\Gamma - p_\Delta = \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Delta^2 - \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$p_\Gamma - p_\Delta = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(\sqrt{8gh}\right)^2 - \frac{1}{2}\rho \cdot \left(\sqrt{2gh}\right)^2 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \quad p_\Gamma - p_\Delta = 4\rho gh - \rho gh + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$p_\Gamma - p_\Delta = 4\rho gh \Rightarrow p_\Gamma - p_\Delta = 4\rho gh \Rightarrow \quad p_\Gamma - p_\Delta = 2\rho\left(\sqrt{2gh}\right)^2 \Rightarrow \quad p_\Gamma - p_\Delta = 2\rho\upsilon_\Gamma$$

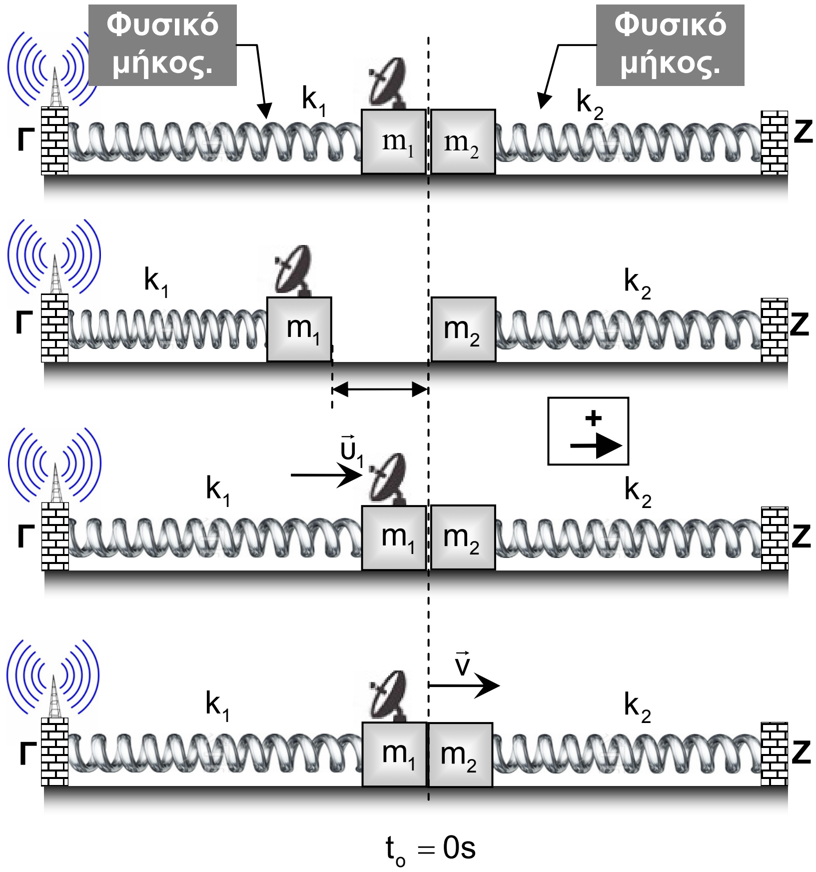
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το σώμα m_1 που είναι δεμένο στο ελατήριο k_1 όταν το αφήνουμε ελεύθερο (αφού έχει εκτραπεί κατά $\Delta\ell$) εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Στην τυχαία θέση η δύναμη ελατηρίου έχει μέτρο ανάλογο της απομάκρυνσης x είναι $F_{ελ} = k_1 x$ και έχει αντίθετη φορά από την απομάκρυνση

Όταν το m_1 περνά από τη θέση ισορροπίας έχει ταχύτητα $\upsilon_1 = \omega \cdot A \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\dfrac{k_1}{m_1}} \cdot \Delta\ell \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\dfrac{50}{2}} \cdot 0{,}4 \Rightarrow \ \upsilon_1 = 2\dfrac{m}{s}$



Στην πλαστική κρούση εφαρμόζω ΑΔΟ

$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow$

$m_1\vec{\upsilon}_1 = (m_1 + m_2)\vec{v} \Rightarrow$

$v = \dfrac{m_1 \upsilon_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow$

$v = \dfrac{2 \cdot 2}{2+2} = 1\dfrac{m}{s}$

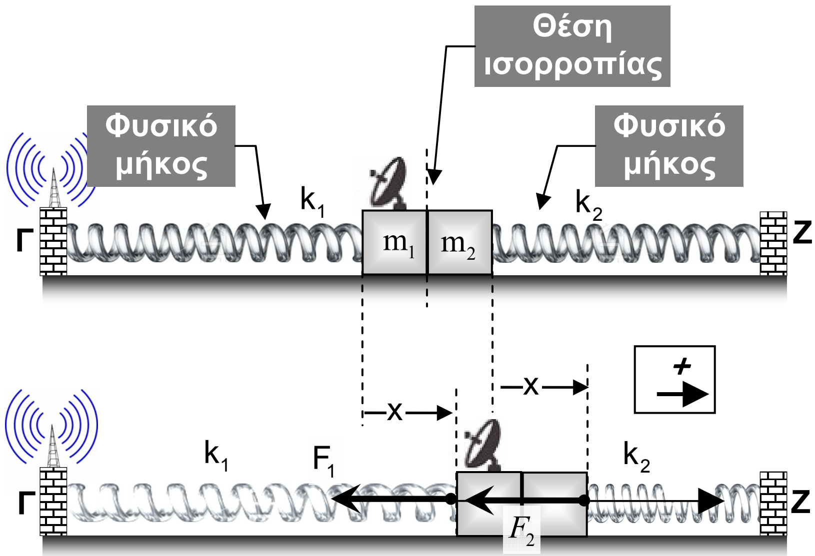
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\dfrac{\upsilon_{ηχ} - \upsilon_1}{\upsilon_{ηχ}}}{\dfrac{\upsilon_{ηχ} - v}{\upsilon_{ηχ}}} \Rightarrow$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{(\upsilon_{ηχ} - \upsilon_1)\upsilon_{ηχ}}{(\upsilon_{ηχ} - v)\upsilon_{ηχ}} \Rightarrow$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\upsilon_{ηχ} - \upsilon_1}{\upsilon_{ηχ} - v} = \frac{338}{339}$$

Γ2. Στη θέση ισορροπίας τα δύο ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος οπότε $\Sigma\vec{F} = 0$

Στη τυχαία θέση $\Sigma F_x = -F_1 - F_2 = -k_1 x - k_2 x = -(k_1 - k_2)x = -2kx$



Στη τυχαία θέση το μέτρο της συνισταμένης δύναμης δύναμη είναι ανάλογο της απομάκρυνσης x και έχει φορά αντίθετη από τη φορά της απομάκρυνσης οπότε το συσσωμάτωμα θα εκτελεί ΑΑΤ με $D = 2k$ και

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{D}} \Rightarrow$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{2k}} \Rightarrow$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{50}} = \frac{2\pi}{5}s$$

Το πλάτος της ταλάντωσης υπολογίζεται $v = A \cdot \omega \Rightarrow A = \frac{v}{\omega} = \frac{1}{5} = 0{,}2m$

(Η ταχύτητα v του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης και $\omega = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5\frac{rad}{s}$)

Γ3. Για να έχομε $f_A = f_s$ πρέπει $\frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s = f_s \Rightarrow \upsilon = 0$

Μετά την κρούση, η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για πρώτη φορά σε χρόνο $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{10}s$

Γ4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος με την συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο συσσωμάτωμα. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκείται στο συσσωμάτωμα είναι $\left|\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\right|_{max} = \left|\Sigma\vec{F}\right| = D \cdot A = 2k \cdot A = 2 \cdot 50 \cdot 0{,}2 = 20\frac{kgm/s}{s}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το ένα της άκρο υπολογίζεται με θεώρημα Steiner

$$I_O = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow I_O = \frac{1}{12}M\ell^2 + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow I_O = \frac{1}{12}M\ell^2 + M\frac{\ell^2}{4} \Rightarrow \quad I_O = \frac{M\ell^2}{3}$$

$$I_O = \frac{8\cdot 3^2}{3} = 24\text{kgm}^2$$

Τελικά

$$I_{συστ} = I_o + I_{cm(\Delta)} \Rightarrow I_{συστ} = 24 + \frac{1}{2}m_\Delta R_\Delta^2 \Rightarrow I_{συστ} = 24 + \frac{1}{2}4\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow \; I_{συστ} = 25\text{kgm}^2$$

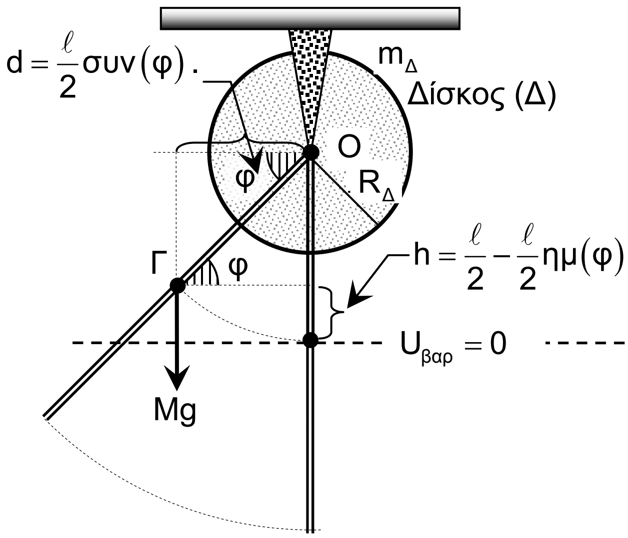
Δ2. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής υπολογίζεται

$$\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \Sigma\vec{\tau} \Rightarrow \quad \frac{\Delta L}{\Delta t} = M\cdot g\cdot d \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = M\cdot g\cdot\frac{\ell}{2}συν(φ) \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = 8\cdot 10\cdot\frac{3}{2}0{,}6 \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = 72\text{kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$



Δ3. Η κινητική ενέργεια υπολογίζεται εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ για το σύστημα Δίσκου-Ράβδου.
(Λαμβάνουνε επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο μάζας της ράβδου όταν αυτή φτάσει στην κατακόρυφη θέση).

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow 0 + Mg\cdot h + m_\Delta g\frac{\ell}{2} = K_{συστ} + Mg\cdot 0 + m_\Delta g\frac{\ell}{2}$$

$$K_{συστ} = Mg\cdot h \Rightarrow K_{συστ} = Mg\cdot\left[\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}ημ(φ)\right] \Rightarrow \quad K_{συστ} = Mg\cdot\frac{\ell}{2}\left[1 - ημ(φ)\right]$$

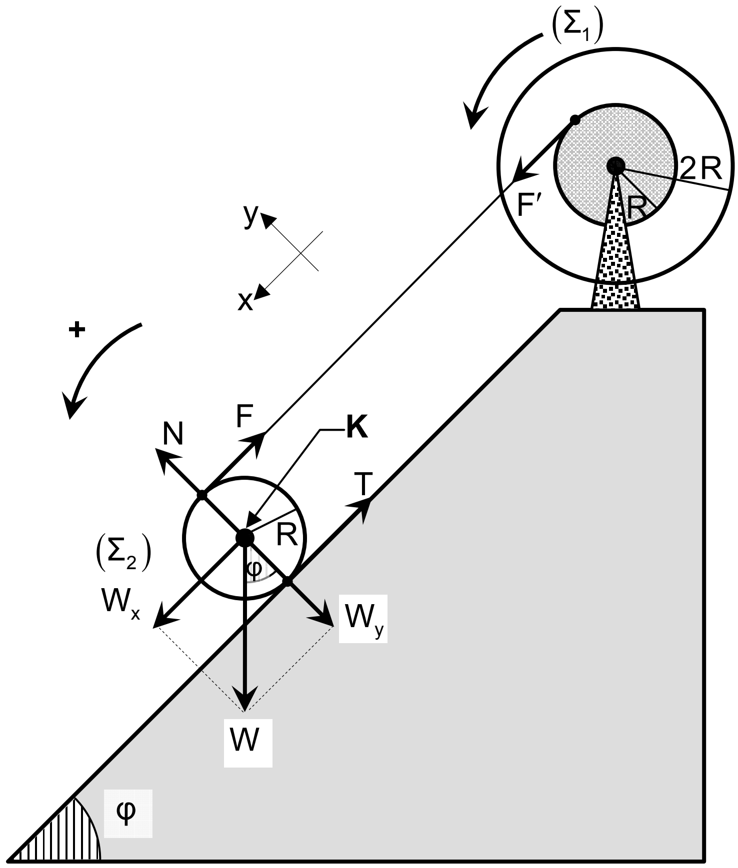
$$\Rightarrow K_{συστ} = 8\cdot 10\cdot\frac{3}{2}\left[1 - 0{,}8\right] \Rightarrow \quad K_{συστ} = 24\text{J}$$

Δ4. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο για τη στροφική κίνηση της διπλής τροχαλίας έχομε:

$$\Sigma\tau = I_{(\tau\rho)}\alpha_{\gamma(1)} \Rightarrow$$

$$F'\cdot R = I_{(\tau\rho)}\alpha_{\gamma(1)}$$

$$\boxed{F' = \frac{I_{(\tau\rho)}\alpha_{\gamma(1)}}{R} \quad (1)}$$



Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο για τη στροφική και τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχομε:

$$\Sigma\tau = I_{(K\upsilon\lambda)}\alpha_{\gamma(2)} \Rightarrow$$

$$T\cdot R - F\cdot R = I_{(K\upsilon\lambda)}\alpha_{\gamma(2)}$$

$$\boxed{T - F = \frac{I_{(K\upsilon\lambda)}\alpha_{\gamma(2)}}{R} \quad (2)}$$

$$\Sigma F_x = m\alpha_K \Rightarrow$$

$$W_x - F - T = m\alpha_K \Rightarrow$$

$$\boxed{mg\cdot \eta\mu(\varphi) - F - T = m\alpha_K \quad (3)}$$

Το νήμα είναι αβαρές οπότε $\boxed{F' = F \quad (4)}$

Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει οπότε

$$\Delta x_K = R\cdot\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta x_K}{\Delta t} = \frac{R\cdot\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_K = R\cdot\omega \Rightarrow \frac{\Delta\upsilon_K}{\Delta t} = \frac{R\cdot\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\alpha_K = R\cdot\alpha_{\gamma(2)} \quad (5)}$$

Όσο μήκος νήματος ξετυλίγει η τροχαλία τόσο νήμα τυλίγει ο κύλινδρος. Το πάνω μέρος (σημείο Η) του κυλίνδρου έχει διπλάσια ταχύτητα από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου

$$R\cdot\Delta\varphi = \upsilon_H\cdot\Delta t \Rightarrow \frac{R\cdot\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\upsilon_K\cdot\Delta t}{\Delta t} \Rightarrow R\cdot\omega_1 = 2\upsilon_K \Rightarrow \frac{R\cdot\Delta\omega_1}{\Delta t} = \frac{2\Delta\upsilon_K}{\Delta t} \Rightarrow R\cdot\alpha_{\gamma(1)} = 2\alpha_K \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha_{\gamma(1)} = 2\frac{\alpha_K}{R} \quad (6)}$$

$$(2)+(3) \Rightarrow \cancel{T} - F + mg\cdot\eta\mu(\varphi) - F - \cancel{T} = \frac{I_{(K\upsilon\lambda)}\alpha_{\gamma(2)}}{R} + m\alpha_K \Rightarrow$$

$$mg\cdot\eta\mu(\varphi) - 2F = \frac{I_{(K\upsilon\lambda)}}{R}\alpha_{\gamma(2)} + m\alpha_K \xrightarrow{(5)} mg\cdot\eta\mu(\varphi) - 2F = \frac{I_{(K\upsilon\lambda)}}{R}\frac{\alpha_K}{R} + m\alpha_K \Rightarrow$$

$$mg\cdot\eta\mu(\varphi)-2F=\left(\frac{I_{(K\upsilon\lambda)}}{R^2}+m\right)\alpha_K\xrightarrow[(1)]{(4)}mg\cdot\eta\mu(\varphi)-2\frac{I_{(\tau\rho)}\alpha_{\gamma(1)}}{R}=\left(\frac{I_{(K\upsilon\lambda)}}{R^2}+m\right)\alpha_K\xrightarrow{(6)}$$

$$mg\cdot\eta\mu(\varphi)-2\frac{I_{(\tau\rho)}}{R}2\frac{\alpha_K}{R}=\left(\frac{I_{(K\upsilon\lambda)}}{R^2}+m\right)\alpha_K\Rightarrow mg\cdot\eta\mu(\varphi)=\left(\frac{I_{(K\upsilon\lambda)}}{R^2}+m+4\frac{I_{(\tau\rho)}}{R^2}\right)\alpha_K\Rightarrow$$

$$\alpha_K=\frac{mg\cdot\eta\mu(\varphi)}{\frac{I_{(K\upsilon\lambda)}}{R^2}+m+4\frac{I_{(\tau\rho)}}{R^2}}\Rightarrow\alpha_K=\frac{mg\cdot\eta\mu(\varphi)}{\frac{1}{2}mR^2\frac{1}{R^2}+m+4\frac{I_{(\tau\rho)}}{R^2}}\Rightarrow\alpha_K=\frac{mg\cdot\eta\mu(\varphi)}{\frac{m}{2}+m+4\frac{I_{(\tau\rho)}}{R^2}}\Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha_K=\frac{mg\cdot\eta\mu(\varphi)}{\frac{3m}{2}+4\frac{I_{(\tau\rho)}}{R^2}}}\Rightarrow\alpha_K=\frac{30\cdot10\cdot0,8}{\frac{3\cdot30}{2}+4\frac{1,95}{(0,2)^2}}\Rightarrow\quad\alpha_K=\frac{240}{240}=1\frac{m}{s^2}$$

Ο κύλινδρος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση οπότε

$$x=\frac{1}{2}\alpha_K t^2\Rightarrow2=\frac{1}{2}1\cdot t^2\Rightarrow\ t=2s$$

$$\upsilon=\alpha_K t\Rightarrow\upsilon=1\cdot2\Rightarrow\ \upsilon=2\frac{m}{s}$$