ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 31

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 14

Α3. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 72

Α4. **α)** Σωστό **β)** Λάθος **γ)** Λάθος **δ)** Σωστό **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. **α.** Έχουμε:

x_i	v_i	$x_i\,v_i$
1	2	2
3	3	9
5	4	20
9	1	9
ΣΥΝΟΛΟ	10	40

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} = \frac{40}{10} = 4$$

β. Το μέγεθος του δείγματος είναι $v = 10$ άρτιος άρα η διάμεσος ισούται με το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων $\delta = \frac{t_5 + t_6}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$

γ. Έχουμε:

x_i	v_i	$x_i\,v_i$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
1	2	2	18
3	3	9	3
5	4	20	4
9	1	9	25
ΣΥΝΟΛΟ	10	40	50

$$s^2 = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{50}{10} = 5$$

Β2. Έχουμε: $CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{25\sqrt{5}}{100} > 10\%$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ έχουμε: $f'(x) = \left(x^2 - x + 1\right)' = 2x - 1$

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$
- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow 2x > 1 \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{2}$

και έχουμε τον ακόλουθο πίνακα:

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$3/4$ min	$\nearrow$	

Άρα:

- η f παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο για $x = \dfrac{1}{2}$ το $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{3}{4}$

Γ2. Η εφαπτομένη έχει εξίσωση $(\varepsilon): y = \alpha x + \beta$

Ισχύει $\alpha = f'(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ άρα $(\varepsilon): y = 3x + \beta$.

Όμως $A \in (\varepsilon)$ άρα $f(2) = 3 \cdot 2 + \beta \overset{f(2)=3}{\Leftrightarrow} 3 = 6 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$

Τελικά $(\varepsilon): y = 3x - 3$

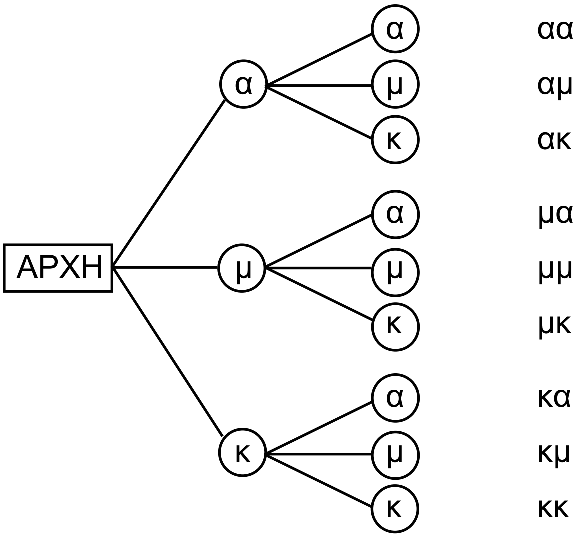
Β3. Είναι $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim\limits_{x\to1}\dfrac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} =$

$$= \lim_{x\to1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}\right)^2-1^2}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \lim_{x\to1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \lim_{x\to1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για να βρούμε το δειγματικό χώρο του πειράματος κατασκευάζουμε το ακόλουθο δεντροδιάγραμμα:



Άρα ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος είναι:

$$\Omega = \{αα\ ,\ αμ\ ,\ ακ\ ,\ μα\ ,\ μμ\ ,\ μκ\ ,\ κα\ ,\ κμ\ ,\ κκ\}$$

Δ2. Τα ζητούμενα ενδεχόμενα είναι τα:

$A = \{αμ\ ,\ μμ\ ,\ κμ\}$

$B = \{αμ\ ,\ ακ\ ,\ μα\ ,\ μκ,\ κα\ ,\ κμ\}$

Δ3. Αφού τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα, έχουμε**:**

$P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$ και $P(B) = \dfrac{N(B)}{N(\Omega)} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$, οπότε:

α) Το ενδεχόμενο Α΄ έχει πιθανότητα $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$

Το ενδεχόμενο $A \cap B = \{αμ\ ,\ κμ\}$ έχει πιθανότητα $P(A \cap B) = \dfrac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \dfrac{2}{9}$

Το ενδεχόμενο $A - B$ έχει πιθανότητα $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{1}{9}$

Τέλος το ενδεχόμενο $B - A$ έχει πιθανότητα

$P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{4}{9}$

β) Επειδή το Γ είναι ασυμβίβαστο τόσο με το Α όσο και με το Β, έχουμε ότι:
Αν $x \in \Gamma$, τότε $\{x \notin A$ και $x \notin B\}$, άρα $x \notin A \cup B \Leftrightarrow x \in (A \cup B)'$, άρα $\Gamma \subseteq (A \cup B)'$, όπου $A \cup B = \{αμ\ ,\ ακ\ ,\ μα\ ,\ μκ,\ κα\ ,\ κμ\ ,\ μμ\}$, άρα $(A \cup B)' = \Omega - (A \cup B) = \{αα\ ,\ κκ\}$
Συνεπώς: $\Gamma \subseteq (A \cup B)' \Rightarrow P(\Gamma) \le P\left[(A \cup B)'\right] = 1 - P(A \cup B)$

άρα $P(\Gamma) \le 1 - \dfrac{7}{9} \Leftrightarrow P(\Gamma) \le \dfrac{2}{9}$

Συνεπώς η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η.$P(\Gamma)$ είναι η τιμή $\dfrac{2}{9}$