ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

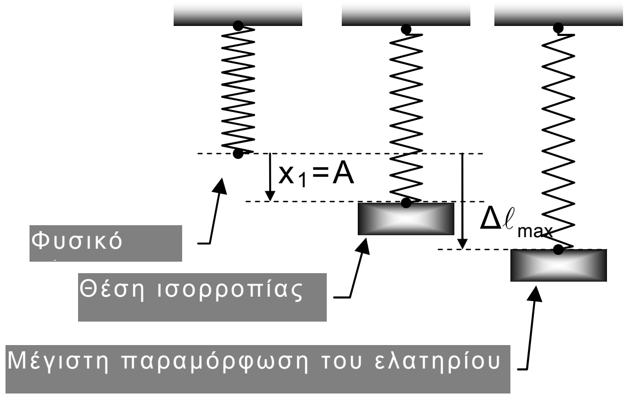
Α1. δ **Α2.** γ **Α3.** α **Α4.** δ

Α5. **α.** Λάθος **β.** Σωστό **γ.** Σωστό **δ.** Σωστό **ε.** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. **α)** Σωστή απάντηση είναι η **ii**.

β) Βρίσκω τη θέση ισορροπίας.



$$F_{\varepsilon\lambda} = mg \Rightarrow kx_1 = mg \Rightarrow \quad x_1 = \frac{mg}{k}$$

Το πλάτος της ταλάντωσης είναι

$$A = x_1 = \frac{mg}{k}$$

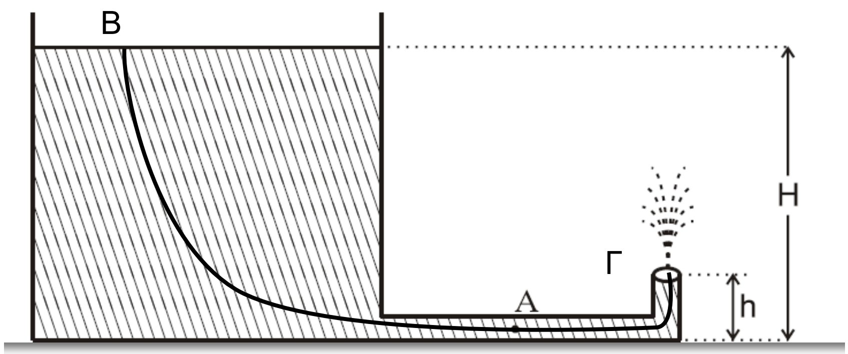
Μέγιστη ενέργεια στο ελατήριο έχομε όταν το ελατήριο έχει τη μέγιστη παραμόρφωση δηλαδή στην κατώτατη θέση. $\Delta\ell_{max} = 2A = \dfrac{2mg}{k}$

$$U_{\varepsilon\lambda(max)} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2_{max} \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda(max)} = \frac{1}{2}k\left(\frac{2mg}{k}\right)^2 \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda(max)} = \frac{1}{2}k\frac{2^2m^2g^2}{k^2} \Rightarrow$$

$$U_{\varepsilon\lambda(max)} = \frac{2m^2g^2}{k}$$

Β2. **α)** Σωστή απάντηση είναι η **iii**

β)



Σχήμα 2

Η ταχύτητα του νερού στα σημεία Α και Γ έχει ίσο μέτρο, αυτό προκύπτει από την εξίσωση της συνέχειας $A_A \cdot \upsilon_A = A_\Gamma \cdot \upsilon_\Gamma \xrightarrow{A_A = A_\Gamma} \upsilon_A = \upsilon_\Gamma$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Γ

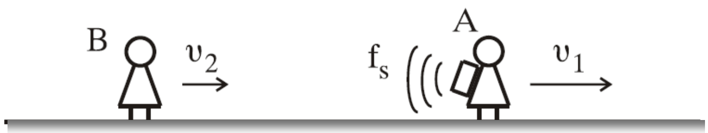
$$p_B + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_B^2 + \rho \cdot gH = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 + \rho \cdot gh \Rightarrow$$

$$\cancel{p_{ατμ}} + \cancel{\frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_B^2} + \rho \cdot gH = \cancel{p_{ατμ}} + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 + \rho \cdot gh \Rightarrow \rho \cdot g(H-h) = \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow$$

$\upsilon_\Gamma^2 = 2g(5h-h) \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{2g4h} \Rightarrow \quad \upsilon_\Gamma = 2\sqrt{2gh}$ τελικά $\upsilon_A = \upsilon_\Gamma = 2\sqrt{2gh}$

Β3. **α)** Σωστή απάντηση είναι η **ii**.

β) Εφαρμόζοντας τον τύπο του Doppler (η πηγή απομακρύνεται και ο παρατηρητής πλησιάζει)



Σχήμα 3

$$f_B = \frac{\upsilon_H + \upsilon_2}{\upsilon_H + \upsilon_1} f_S \Rightarrow$$

$$f_B = \frac{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{10}}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{5}} f_S \Rightarrow f_B = \frac{\frac{11\upsilon_H}{10}}{\frac{6\upsilon_H}{5}} f_S \Rightarrow \quad f_B = \frac{11\upsilon_H \cdot 5}{6\upsilon_H \cdot 10} f_S \Rightarrow \quad f_B = \frac{11}{12} f_S$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο ελάχιστος χρόνος για να μεταβεί η στοιχειώδης μάζα από τη μία στην άλλη ακραία θέση είναι $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow 0,4 = \frac{T}{2} \Rightarrow \quad T = 0,8s$

Το κύμα σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,4s$ διαδίδεται σε απόσταση $\Delta x = 4cm = 4 \cdot 10^{-2} m$

Επομένως η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

$$\upsilon_{κυμ} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_{κυμ} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{0,4} \Rightarrow \quad \upsilon_{κυμ} = 10^{-1}\frac{m}{s}$$

Το μήκος κύματος είναι $\lambda = \upsilon_{κυμ} \cdot T \Rightarrow \lambda = 10^{-1} \cdot 0,8 \Rightarrow \quad \lambda = 0,08m$

Η γωνιακή συχνότητα υπολογίζεται $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0,8} \Rightarrow \quad \omega = 2,5\pi\frac{rad}{s}$

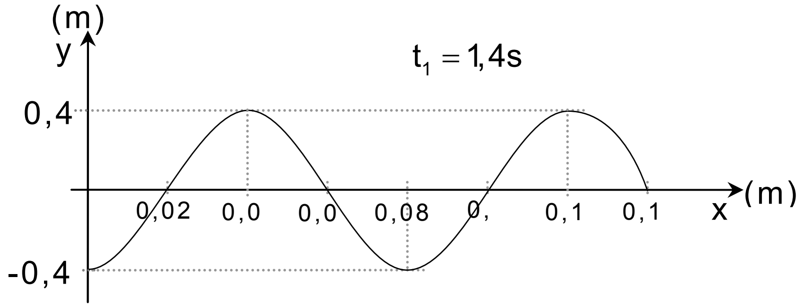
Από την ενέργεια ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας υπολογίζω το πλάτος

$$E = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow 5\pi^2 10^{-7} = \frac{1}{2}10^{-6}(2,5\pi)^2 A^2 \Rightarrow 5\pi^2 10^{-1} = \frac{1}{2}6,25\pi^2 A^2 \Rightarrow$$

$$A^2 = \frac{2 \cdot 5\pi^2 10^{-1}}{6,25\pi^2} \Rightarrow A^2 = \frac{1}{6,25} \Rightarrow A = \frac{1}{2,5} \Rightarrow \quad A = 0,4m$$

Γ2. Η εξίσωση του κύματος είναι $y = 0,4 \cdot ημ\left[2π\left(\frac{t}{0,8} - \frac{x}{0,08}\right)\right]$ στο S.I.

Για το στιγμιότυπο του κύματος υπολογίζουμε την απόσταση που έχει διανύσει το κύμα σε χρόνο $t_1 = 1,4s$



$$x_1 = υ_{κυμ} \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = 0,1 \cdot 1,4 \Rightarrow \quad x_1 = 0,14m$$

$$x_1 = 0,14m = 7 \cdot 0,02m = 7 \cdot \frac{λ}{4} \quad (\text{Διότι } \frac{λ}{4} = \frac{0,08}{4} = 0,02m)$$

Το κύμα έχει φτάσει σε απόσταση $x_1 = 0,14m$ η οποία είναι ίση με $7 \cdot \frac{λ}{4}$ έτσι σχεδιάζουμε το κύμα με το γνωστό τρόπο

Γ3. Ο υπολογισμός της κινητικής ενέργειας της στοιχειώδους μάζας γίνεται εύκολα εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ για την ταλάντωση της στοιχειώδους μάζας

$$K + U = E \Rightarrow K = E - U \Rightarrow K = E - \frac{1}{2}mω^2y^2 \Rightarrow K = 5π^2 10^{-7} - \frac{1}{2}10^{-6}(2,5π)^2(0,2)^2 \Rightarrow$$

$$K = 5π^2 10^{-7} - 1,25π^2 10^{-7} \Rightarrow \quad K = 3,75π^2 10^{-7} J$$

Γ4. Η εξίσωση του κύματος είναι $y = 0,4 \cdot ημ\left[2π\left(\frac{t}{0,8} - \frac{x}{0,08}\right)\right]$ στο S.I.

Το σημείο Ρ έχει απομάκρυνση $y_P = 0,4m$ επομένως εκείνη τη στιγμή η φάση του σημείου Ρ είναι $φ_P = 2kπ + \frac{π}{2}$.

Η φάση του σημείου Σ εκείνη τη στιγμή είναι

$$φ_P - φ_Σ = \frac{3π}{2} \Rightarrow φ_Σ = φ_P - \frac{3π}{2} \Rightarrow φ_Σ = 2kπ + \frac{π}{2} - \frac{3π}{2} \Rightarrow \quad φ_Σ = 2kπ - π$$

Η ταχύτητα του σημείου Σ εκείνη τη στιγμή είναι

$$υ_Σ = ωA \cdot συν(φ_Σ) \Rightarrow υ_Σ = ωA \cdot συν(2kπ - π) \Rightarrow υ_Σ = ωA \cdot συν(-π) \Rightarrow \quad υ_Σ = -ωA$$

Τελικά $υ_Σ = -2,5π \cdot 0,4 \Rightarrow \quad υ_Σ = -π\frac{m}{s}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το νήμα που είναι τυλιγμένο γύρω από το δίσκο είναι αβαρές οπότε $F_1 = F_2$

Σε χρόνο Δt το κέντρο του δίσκου έχει κατέβει κατά Δy_K, το μήκος του σχοινιού που έχει ξετυλιχθεί είναι $R \cdot \Delta\theta$

Ανάμεσα σε αυτά τα μήκη ισχύει

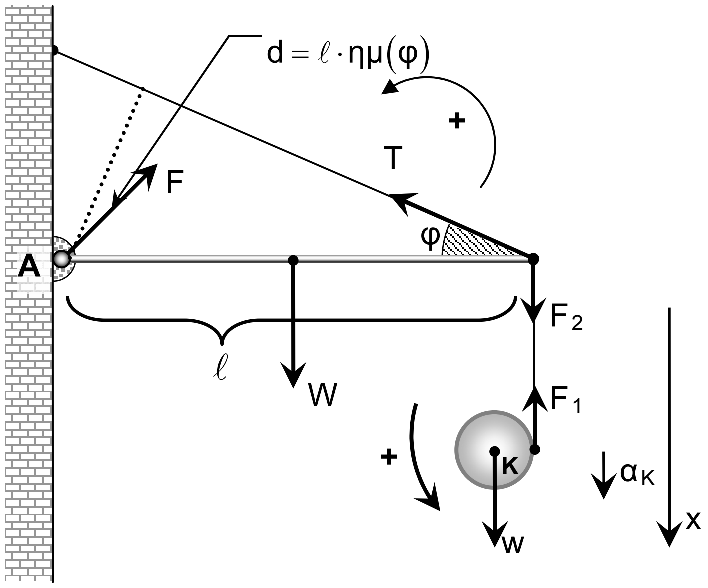
$$\Delta y_K = R \cdot \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta y_K}{\Delta t} = \frac{R \cdot \Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\upsilon_K = R \cdot \omega$$

$$\frac{\Delta\upsilon_K}{\Delta t} = \frac{\Delta(R \cdot \omega)}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\upsilon_K}{\Delta t} = \frac{R \cdot \Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\alpha_K = R \cdot \alpha_\gamma \quad (1)$$

(α_γ η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου)



Για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}_K \Rightarrow \Sigma F_x = m\alpha_K \Rightarrow w - F_1 = m\alpha_K \Rightarrow \quad mg - F_1 = m\alpha_K \quad (2)$$

(Θετική φορά του x-άξονα προς τα κάτω)

Για την περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει $\Sigma\vec{\tau} = I\vec{\alpha}_\gamma \Rightarrow \quad F_1 \cdot R = I \cdot \alpha_\gamma \quad (3)$

Οι εξισώσεις (1), (2) και (3) αποτελούν σύστημα εξισώσεων που το επιλύουμε

Έτσι από (1) $\Rightarrow \alpha_\gamma = \dfrac{\alpha_K}{R}$ (4) (3) $\xrightarrow{(4)} F_1 \cdot R = I \cdot \dfrac{\alpha_K}{R} \Rightarrow \quad F_1 = \dfrac{I}{R^2} \cdot \alpha_K$ (5)

(2) $\xrightarrow{(5)} mg - \dfrac{I}{R^2} \cdot \alpha_K = m\alpha_K \Rightarrow \quad mg = \left(m + \dfrac{I}{R^2}\right)\alpha_K \Rightarrow \quad \alpha_K = \dfrac{mg}{m + \dfrac{I}{R^2}}$

Με αντικατάσταση $I = \dfrac{1}{2}mR^2$

$$\alpha_K = \frac{mg}{m + \dfrac{\frac{1}{2}mR^2}{R^2}} \Rightarrow \alpha_K = \frac{mg}{\dfrac{3m}{2}} \Rightarrow \quad \alpha_K = \frac{2g}{3} \quad \Rightarrow \alpha_K = \frac{20}{3}\frac{m}{s^2}$$

Επίσης (5) $\Rightarrow F_1 = \dfrac{I}{R^2} \cdot \alpha_K \Rightarrow F_1 = \dfrac{m}{2} \cdot \alpha_K \Rightarrow \quad F_1 = \dfrac{20}{3}N$

Δ2. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο. Η ράβδος ισορροπεί οπότε

$$\Sigma\vec{\tau}_{(A)} = 0 \Rightarrow \cancel{\vec{\tau}_{F(A)}} + \vec{\tau}_{W_p(A)} + \vec{\tau}_{F_2(A)} + \vec{\tau}_{T(A)} = 0 \Rightarrow 0 - Mg\frac{\ell}{2} - F_2\ell + Td = 0 \Rightarrow$$

$$-Mg\frac{\ell}{2} - F_2\ell + T\ell\eta\mu(\varphi) = 0 \Rightarrow T = \frac{\dfrac{Mg}{2} + F_2}{\eta\mu(\varphi)} \Rightarrow T = \frac{\dfrac{40}{2} + \dfrac{20}{3}}{0,8} \Rightarrow \quad T = \frac{100}{3}N$$

Δ3. Πριν κοπεί το νήμα ο κύλινδρος κατέρχεται και το κέντρο του Κ έχει επιτάχυνση $\alpha_K = \frac{20}{3}\frac{m}{s^2}$ ενώ συχρόνως ετελεί επιταχυνόνμενη κυκλική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_\gamma = \frac{\alpha_K}{R} \Rightarrow \alpha_\gamma = \frac{200}{3}\frac{rad}{s^2}$

Ο χρόνος για να κατέβει το κέντρο Κ του κυλίνδρου κατά $h_1 = 0,3m$ υπολογίζεται

$$h_1 = \frac{1}{2}\alpha_K t_1^2 \Rightarrow 0,3 = \frac{1}{2}\frac{20}{3}t_1^2 \Rightarrow \quad t_1 = 0,3s.$$

Εκείνη τη στιγμή το κέντρο Κ του δίσκου έχει ταχύτητα

$$\upsilon_1 = \alpha_K \cdot t_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{20}{3}\cdot 0,3 \Rightarrow \quad \upsilon_1 = 2\frac{m}{s}$$

ακόμη εκείνη τη στιγμή ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα

$$\omega = \alpha_\gamma t_1 \Rightarrow \omega = \frac{200}{3}\cdot 0,3 \Rightarrow \omega = 20\frac{rad}{s}$$

Το μέτρο της στροφορμής του δίσκου τη στιγμή $t_1 = 0,3s$ είναι

$$L = I\cdot\omega \Rightarrow L = \frac{mR^2}{2}\cdot\omega \Rightarrow L = \frac{2\cdot(0,1)^2}{2}\cdot 20 \Rightarrow \quad L = 0,2kg\frac{m^2}{s}$$

Δ4. Όταν κοπεί το νήμα ο δίσκος κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω.
Το κέντρο του δίσκου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $g = 10\frac{m}{s^2}$ και ο δίσκος συνεχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 20\frac{rad}{s}$ η οποία δεν αλλάζει
(Διότι η μοναδική δύναμη που δρα στο δίσκο είναι το βάρος του δίσκου που δίνει μηδενικη ροπή ως προς το κέντρο του δίσκο $\Sigma\tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow 0 = I\alpha_\gamma \Rightarrow \alpha_\gamma = 0 \Rightarrow \omega = \text{σταθερή}$)
Μετά από χρόνο $\Delta t' = 0,1s$ το κέντρο του δίσκου έχει ταχύτητα

$$\upsilon' = \upsilon_1 + g\cdot\Delta t' \Rightarrow \upsilon' = 2 + 10\cdot 0,1 \Rightarrow \quad \upsilon' = 3\frac{m}{s}$$

και ο δίσκος έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega = 20\frac{rad}{s}$

Ο λόγος της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης μετά από χρόνο $\Delta t' = 0,1s$ από τη στιγμή που σπάει το νήμα είναι:

$$\frac{K_\Pi}{K_M} = \frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{1}{2}m(\upsilon')^2} \Rightarrow \frac{K_\Pi}{K_M} = \frac{\frac{mR^2}{2}\omega^2}{m(\upsilon')^2} \Rightarrow \frac{K_\Pi}{K_M} = \frac{\frac{mR^2}{2}\omega^2}{m(\upsilon')^2} \Rightarrow \frac{K_\Pi}{K_M} = \frac{\frac{2(0,1)^2}{2}20^2}{2\cdot 3^2} \Rightarrow \quad \frac{K_\Pi}{K_M} = \frac{2}{9}$$