ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 150

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 87

Α3. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 14

Α4. **α)** Σωστό **β)** Λάθος **γ)** Σωστό **δ)** Σωστό **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Παραγωγίζοντας την $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1$ έχουμε $f\,'(x)=x^2-5x+6$, $x\in\mathbb{R}$

Οπότε $f\,'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow (\Delta=1)$ ή $x_{1,2}=\frac{5\pm1}{2} \Leftrightarrow x=3$ ή $x=2$ και έχουμε τον ακόλουθο πίνακα:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f\,'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗	$11/3$ τ.μ.	↘	$7/2$ τ.ε.	↗	

Άρα:

- η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,2]$ και $[3,+\infty)$
- η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[2,3]$
- η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x=2$ το $f(2)=\frac{11}{3}$
- η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x=3$ το $f(3)=\frac{7}{2}$

Β2. Η εφαπτομένη έχει εξίσωση $(\varepsilon): y=\alpha x+\beta$

Ισχύει $\alpha=f\,'(0)=6$ άρα $(\varepsilon): y=6x+\beta$.

Όμως $A\in(\varepsilon)$ άρα $f(0)=6\cdot 0+\beta \overset{f(0)=-1}{\Leftrightarrow} \beta=-1$

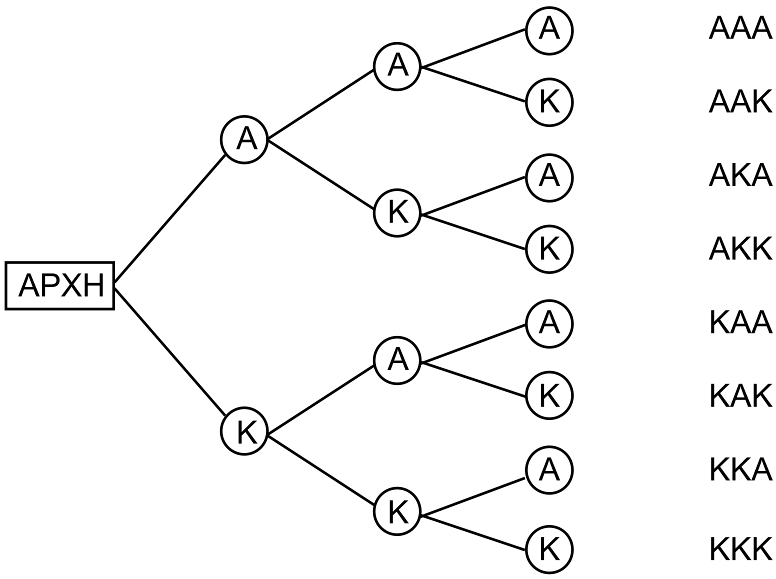
Τελικά $(\varepsilon): y=6x-1$

Β3. Είναι $\lim\limits_{x\to-1}\frac{f\,'(x)-12}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^2-5x+6-12}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^2-5x-6}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1}\frac{(x-6)(x+1)}{x+1}=$

$=\lim\limits_{x\to-1}(x-6)=-7$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:
Α: «το παιδί είναι αγόρι» και Κ: «το παιδί είναι κορίτσι»
Για να βρούμε το δειγματικό χώρο του πειράματος κατασκευάζουμε το ακόλουθο δεντροδιάγραμμα:



Άρα ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος είναι:

$$\Omega = \{ААА\ ,\ ААК\ ,\ АКА\ ,\ АКК\ ,\ КАА\ ,\ КАК\ ,\ ККА\ ,\ ККК\}$$

Γ2. Τα ενδεχόμενα με αναγραφή των στοιχείων τους είναι:
$A = \{ΚΑΑ\ ,\ ΚΑΚ\ ,\ ΚΚΑ\ ,\ ΚΚΚ\}$
$B = \{ΑΚΚ\ ,\ ΚΑΚ\ ,\ ΚΚΑ\ ,\ ΚΚΚ\}$
$\Gamma = \{ΑΑΑ\ ,\ ΑΑΚ\ ,\ ΚΚΑ\ ,\ ΚΚΚ\}$

Γ3. **α)** Τα ενδεχόμενα Δ,Ε,Ζ με αναγραφή των στοιχείων τους είναι:
$\Delta = A \cap B = \{ΚΑΚ\ ,\ ΚΚΑ\ ,\ ΚΚΚ\}$
$E = A \cup B = \{ΑΚΚ\ ,\ ΚΑΑ\ ,\ ΚΑΚ\ ,\ ΚΚΑ\ ,\ ΚΚΚ\}$
$Z = \Gamma - E = \{ΑΑΑ\ ,\ ΑΑΚ\}$
Άρα: $N(\Delta) = 3$, $N(E) = 5$, $N(Z) = 2$, $N(\Omega) = 8$
Από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας είναι:

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8} \text{ και } P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

β) Το ενδεχόμενο: «δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α,Β» είναι το $(A \cup B)'$:

$$P(H) = P\left((A \cup B)'\right) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

Το ενδεχόμενο: «πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα Α,Β» είναι το $(A - B) \cup (B - A)$: $P(\Theta) = P\left((A - B) \cup (B - A)\right) = P(A - B) + P(B - A) =$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i
[8 , 8+c)	
[8+c , 8+2c)	14

Άρα $\frac{8+c+8+2c}{2}=14 \Leftrightarrow \frac{16+3c}{2}=14 \Leftrightarrow 16+3c=28 \Leftrightarrow 3c=12 \Leftrightarrow c=4$

Δ2. Ο πίνακας γίνεται:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i \cdot v_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)	18	10	18
[20,24)	22	v_4	$22v_4$
ΣΥΝΟΛΟ		$45+v_4$	$590+22v_4$

Οπότε $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i v_i}{v} \Leftrightarrow 14=\frac{590+22v_4}{45+v_4} \Leftrightarrow (45+v_4)\cdot 14=590+22v_4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 630+14v_4=590+22v_4 \Leftrightarrow 40=8v_4 \Leftrightarrow v_4=5$

Άρα ο τελικός πίνακας γίνεται:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i \cdot v_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)	18	10	18
[20,24)	22	5	110
ΣΥΝΟΛΟ		50	700

Δ3. Πάνω από 9 λεπτά χρειάστηκαν

$\frac{3}{4}v_1+v_2+v_3+v_4=\frac{3}{4}20+15+10+5=45$ υπολογιστές

Δ4. Έχουμε τον ακόλουθο πίνακα:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2\cdot v_i$
[8,12)	10	20	–4	16	320
[12,16)	14	15	0	0	0
[16,20)	18	10	4	16	160
[20,24)	22	5	8	64	320
ΣΥΝΟΛΟ		50		564	800

Είναι: $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{5}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot v_i}{v} = \dfrac{800}{50} = 16$, άρα $s = 4$ και $CV_x = \dfrac{s}{|\bar{x}|} = \dfrac{4}{14} \simeq 0,28 > 0,1$ άρα το δείγμα είναι ανομοιογενές.

Δ5. Αν x_i : αρχικός χρόνος και y_i : τελικός χρόνος τότε συνδέονται με τη σχέση:

$$y_i = 0,8 \cdot x_i,\ i \in \{1,2,3,...,50\}$$

Οπότε: $\bar{y} = 0,8 \cdot \bar{x}$, άρα $s_y = |0,8| \cdot s_x$ και τελικά $CV_y = \dfrac{s_y}{|\bar{y}|} = \dfrac{0,8 \cdot s_x}{0,8 \cdot \bar{x}} = \dfrac{s_x}{\bar{x}} = CV_x$, δηλαδή το CV παραμένει αμετάβλητο.