

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')  
ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΜΑΪΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ  
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1. β A2. γ A3. β A4. δ**

**A5. α. Σωστό β. Λάθος γ. Σωστό δ. Λάθος ε. Λάθος**

**ΘΕΜΑ Β**

**B1. α) Σωστή απάντηση είναι η **iii.****

**β) Το τραίνο εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f$**

Η συχνότητα που ακούει ο ακίνητος παρατηρητής είναι

$$f_1 = \frac{U_H}{U_H + U_s} f = \frac{U_H}{U_H + \frac{U_H}{10}} f = \frac{U_H}{\frac{11}{10} U_H} f \Rightarrow f_1 = \frac{10}{11} f$$

Η συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής από ανάκλαση είναι ίση με τη συχνότητα που ακούει ένας ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται στο βράχο

$$f_1 = \frac{U_H}{U_H - U_s} f = \frac{U_H}{U_H - \frac{U_H}{10}} f = \frac{U_H}{\frac{9}{10} U_H} f \Rightarrow f_2 = \frac{10}{9} f \text{ και τελικά } \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{11} f}{\frac{10}{9} f} = \frac{9}{11}$$

**B2. α) Σωστή απάντηση είναι η **i****

**β) Η εξίσωση που περιγράφει το στάσιμο κύμα είναι:  $y = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \eta \mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$**

Η ταχύτητα των σημείων περιγράφεται  $y = 2A \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σημείου  $x_M = \frac{9\lambda}{8}$  είναι

$$U_{max} = \left| 2A \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \right| = \left| 2A \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{9\lambda}{8}\right) \right| = \left| 2A \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{9\pi}{4}\right) \right| \Rightarrow$$

$$U_{max} = \left| 2A \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{8\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \right| = \left| 2A \frac{2\pi}{T} \frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \frac{2\sqrt{2}\pi A}{T}$$

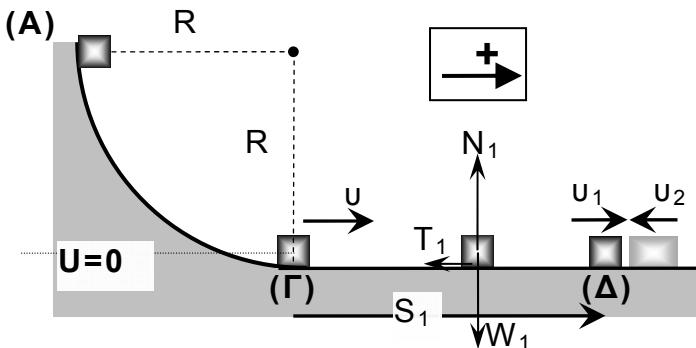
**B3. α) Σωστή απάντηση είναι η **ii.****

**β) Από εξίσωση συνέχειας έχομε:  $A_A u_A = A_B u_B \Rightarrow 2A_B u_A = A_B u_B \Rightarrow 2u_A = u_B$**   
**Εφαρμόζοντας εξίσωση Bernoulli έχομε:**

$$\begin{aligned}
 P_A + \frac{\rho u_A^2}{2} + \cancel{\rho gh} &= P_B + \frac{\rho u_B^2}{2} + \cancel{\rho gh} \Rightarrow P_A - P_B = \frac{\rho u_B^2}{2} - \frac{\rho u_A^2}{2} \\
 \Rightarrow P_A - P_B &= \frac{\rho 4u_A^2}{2} - \frac{\rho u_A^2}{2} \Rightarrow P_A - P_B = \frac{3\rho u_A^2}{2} \Rightarrow P_A - P_B = 3\Lambda
 \end{aligned}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Υπολογίζουμε την ταχύτητα στη βάση του τεταρτοκυκλίου με ΑΔΜΕ.



$$\begin{aligned}
 \text{ΑΔΜΕ: } K_A + U_A &= K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow \\
 \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot R &= \frac{1}{2} m \cdot u^2 + 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow u &= \sqrt{2g \cdot R} \\
 \Rightarrow u &= \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 10 \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

**Γ2.** Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  πριν την κρούση.

$$\begin{aligned}
 \text{ΘΜΚΕ: } K_\Delta - K_\Gamma &= W_{W_1} + W_{N_1} + W_{T_1} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1^2 - \frac{1}{2} m_1 u^2 = -\mu m_1 g S_1 \Rightarrow u_1 = \sqrt{u^2 - 2\mu g S_1} \\
 \Rightarrow u_1 &= \sqrt{10^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 3,6} = 8 \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

Λαμβάνοντας θετική φορά την φορά της ταχύτητας  $u_1$  πριν την κρούση ( $u_1 = +8 \frac{m}{s}$ )

$u_2 = -4 \frac{m}{s}$  ) και χρησιμοποιώντας τους τύπους που δίνουν τις ταχύτητες μετά την ελαστική κεντρική κρούση δύο μαζών υπολογίζουμε

$$\begin{aligned}
 u'_1 &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} 8 + \frac{2 \cdot 3m_1}{m_1 + 3m_1} (-4) = -10 \frac{m}{s} \\
 u'_2 &= \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 = \frac{3m_1 - m_1}{m_1 + 3m_1} (-4) + \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} 8 = +2 \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

Μετά την κρούση

το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου  $10 \frac{m}{s}$  και

το σώμα  $\Sigma_2$  κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου  $2 \frac{m}{s}$

**Γ3.** Λαμβάνοντας θετική φορά προς τα δεξιά η μεταβολή της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  υπολογίζεται

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}'_2 - \vec{p}_2 \Rightarrow \Delta \vec{p}_2 = m_2 \vec{u}'_2 - m_2 \vec{u}_2 \Rightarrow \Delta p_2 = m_2 u'_2 - m_2 (-u_2) \Rightarrow \Delta p_2 = m_2 (u'_2 + u_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p_2 = 3 \cdot (2 + 4) = +18 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι  $18 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  με κατεύθυνση προς τα δεξιά

Γ4.

$$\text{Αρχικά έχει } \frac{1}{2} m_1 u_1^2$$

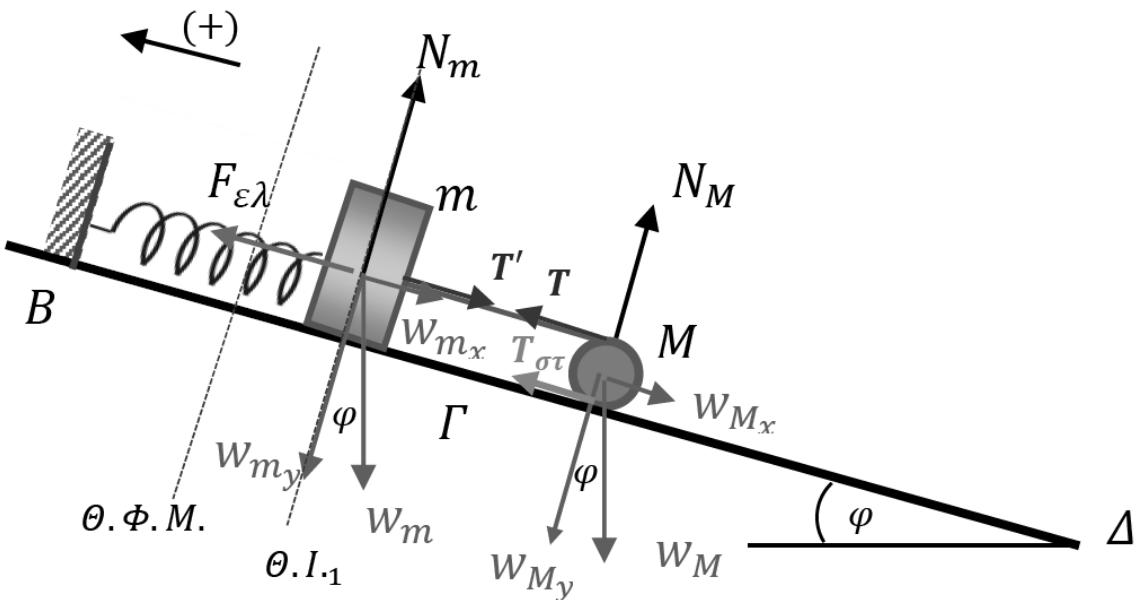
$$\text{Και μεταβάλλεται } \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 u_1^2$$

100 ;

$$; = \frac{100}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} \left( \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \right) = 100 \frac{u_1'^2 - u_1^2}{u_1^2} = 100 \frac{10^2 - 8^2}{8^2} = 56,25\%$$

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



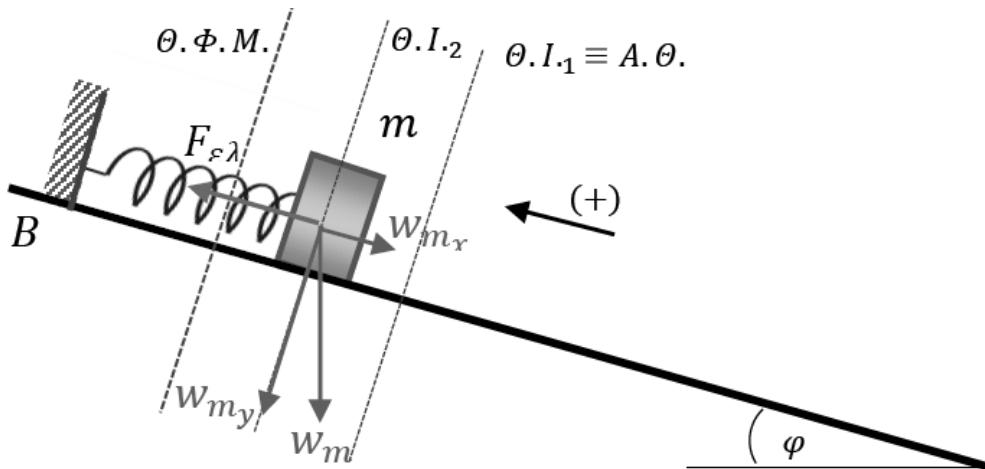
Ο κύλινδρος ισορροπεί επομένως  
 $\Sigma \vec{T} = 0 \Rightarrow +T \cdot R - T_{\sigma\tau} \cdot R = 0 \Rightarrow T = T_{\sigma\tau}$

$$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow -Mg \cdot \eta \mu(\phi) + T + T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow -Mg \cdot \eta \mu(\phi) + 2T = 0 \Rightarrow T = \frac{Mg \cdot \eta \mu(\phi)}{2} = 5 \text{ N}$$

Υπολογίζω την αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου

$$\text{Για το σώμα } \Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda} - T' - mg \cdot \eta \mu(\phi) = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda} = T + mg \cdot \eta \mu(\phi) \Rightarrow$$

$$k \Delta \ell = T + mg \cdot \eta \mu(\phi) \Rightarrow \Delta \ell = \frac{T + mg \cdot \eta \mu(\phi)}{k} = \frac{5 + 10 \frac{1}{2}}{100} = 0,1 \text{ m}$$

**Δ2.**

Τη χρονική στιγμή  $t=0s$  το νήμα κόβεται και το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από νέα θέση ισορροπίας που απέχει  $\Delta\ell'$  από την παλαιά  $\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow F'_{\epsilon\lambda} - mg \cdot \eta\mu(\varphi) = 0 \Rightarrow F'_{\epsilon\lambda} = mg \cdot \eta\mu(\varphi) \Rightarrow k\Delta\ell' = mg \cdot \eta\mu(\varphi) \Rightarrow$

$$\Delta\ell' = \frac{mg \cdot \eta\mu(\varphi)}{k} = \frac{10 \frac{1}{2}}{100} = 0,05m$$

Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A = \Delta\ell - \Delta\ell' = 0,05m$  με

$$\text{κυκλική συχνότητα } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

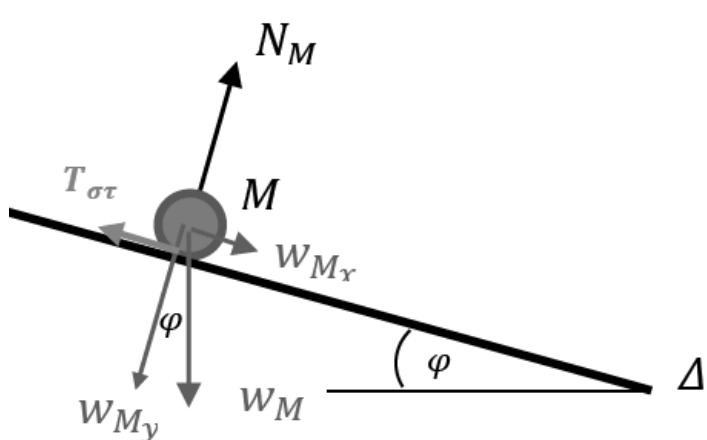
Τη στιγμή που ξεκινά η ταλάντωση το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x = -A$  διότι η θετική φορά έχει ορισθεί προς τα πάνω.

Η απομάκρυνση του σώματος από δίνεται από τη σχέση

$$x = 0,05 \cdot \eta\mu \left( 10t + \frac{3\pi}{2} \right) \text{ στο S.I.}$$

Η δύναμη επαναφοράς είναι

$$F_{\epsilon\pi} = -Dx = -100 \cdot 0,05 \cdot \eta\mu \left( 10t + \frac{3\pi}{2} \right) \Rightarrow F_{\epsilon\pi} = -5 \cdot \eta\mu \left( 10t + \frac{3\pi}{2} \right) \text{ στο S.I.}$$

**Δ3.**

Εφαρμόζω 2<sup>ο</sup> Νόμο Newton για μεταφορική κίνηση. :

$$\sum F = Ma_{cm} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = Ma_{cm} \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mg\eta\mu\phi - T = Ma_{cm} \quad (1) \\ Mg\sigma\mu\eta\phi - N = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Κύλιση χωρίς ολίσθηση} \quad u = \omega \cdot R \Rightarrow \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{\Delta(\omega \cdot R)}{\Delta t} \Rightarrow a_{cm} = a_y \cdot R \quad (3)$$

Εφαρμόζω 2<sup>ο</sup> Νόμο Newton για περιστροφική κίνηση. :

$$\sum T = I \cdot a_y \Rightarrow TR = I \cdot \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow T = \frac{a_{cm}}{R^2} \cdot I \quad (4)$$

$$\text{Από (1), (4)} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - I \cdot \frac{a_{cm}}{R^2} = Ma_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{M \cdot g \cdot \eta\mu\phi}{M + \frac{I}{R^2}} = \frac{2}{3}g \cdot \eta\mu\phi \Rightarrow a_{cm} = \frac{10}{3} \frac{m}{s}$$

$$\text{Και } a_y = \frac{a_{cm}}{R} = \frac{100}{3} \frac{rad}{s}$$

Αφού ο κύλινδρος εκτελεί  $N = \frac{12}{\pi}$  περιστροφές η γωνία που έχει περιστραφεί είναι

$$N = \frac{12}{\pi} \quad \theta = 2\pi \cdot \frac{12}{\pi} = 24 \text{ rad.}$$

$$\text{Όμως } \theta = \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \frac{100}{3} t^2 \Rightarrow t = \frac{6}{5} s \quad \text{και} \quad \omega = a_y t \Rightarrow \omega = \frac{100}{3} \frac{6}{5} = 40 \frac{rad}{s}$$

$$L = I \cdot \omega = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \omega = \frac{1}{2} 2(0,1)^2 \cdot 40 = 0,4 \text{ kg} \frac{m^2}{s}$$

**Δ4.** Τη χρονική στιγμή  $t = 3s$  ο κύλινδρος έχει

$$u_{cm} = a_{cm} t = \frac{10}{3} 3 = 10 \frac{m}{s} \quad \text{και} \quad \omega = a_y t = \frac{100}{3} 3 = 100 \frac{rad}{s}$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta K_{μετ}}{\Delta t} + \frac{\Delta K_{περ}}{\Delta t} = \sum F \cdot u + \sum T \cdot \omega = m \cdot a_{cm} \cdot u + I \cdot a_y \cdot \omega \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = 2 \cdot \frac{10}{3} \cdot 10 + \frac{1}{2} 2(0,1)^2 \frac{100}{3} 100 \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t} = 100 \frac{J}{s}$$