

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ
ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2015
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 31
A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 22
A3. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 86-87
A4. α) Λάθος β) Σωστό γ) Λάθος δ) Λάθος ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

$$\text{B1. Έχουμε } (3x-1)(8x^2-6x+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1=0 \text{ ή} \\ 8x^2-6x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \text{ ή} \\ (\Delta=4) x=\frac{1}{2} \text{ ή } x=\frac{1}{4} \end{cases}$$

Το σύνολο των λύσεων είναι το διατεταγμένο σύνολο $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$

Επειδή $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$ και τα ενδεχόμενα είναι διαφορετικά ανά δύο, τότε $P(A \cap B) < P(A) < P(A \cup B)$. Επομένως $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

$$\text{B2. } P(A' - B') = P(B - A) = P(A \cup B) - P(A) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ και}$$

$$P(\Delta) = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{B3. } P(E) = P((A - B) \cup (B - A)) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{B4. } 9x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow (\Delta = 81) x = \frac{2}{3} \text{ ή } x = -\frac{1}{3} \text{ και επειδή } 0 \leq P(\Gamma) \leq 1, \text{ τότε } P(\Gamma) = \frac{2}{3}$$

$$\text{Επίσης } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{4} \Leftrightarrow P(B) = \frac{5}{12}$$

Έστω ότι τα Β, Γ είναι ασυμβίβαστα. Τότε:

$$P(B \cup \Gamma) = P(B) + P(\Gamma) = \frac{5}{12} + \frac{2}{3} = \frac{13}{12} > 1 \text{ άτοπο, άρα τα Β, Γ } \underline{\text{δεν είναι}} \text{ ασυμβίβαστα.}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αφού το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες του 10 είναι 10%, τότε $f_1\% = 10\%$.

Αφού το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 16 είναι 30%, τότε $f_5\% = 30\%$

$$\alpha_3 = 108^\circ \Leftrightarrow f_3 \cdot 360^\circ = 108^\circ \Leftrightarrow f_3 = \frac{108}{360} \Leftrightarrow f_3 = 0,3, \text{ άρα } f_3\% = 30$$

$$\text{Ισχύει: } 10 + f_2\% + 30 + f_4\% + 30 = 100 \Leftrightarrow f_2\% = 30 - f_4\% \quad (1)$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^5 \frac{x_i \cdot f_i\%}{100} \Leftrightarrow \frac{9 \cdot 10 + 11 \cdot f_2\% + 13 \cdot 30 + 15 \cdot f_4\% + 17 \cdot 30}{100} = 14 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 11 \cdot f_2\% + 15 \cdot f_4\% = 410 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} 11 \cdot (30 - f_4\%) + 15 \cdot f_4\% = 410 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 330 - 11 \cdot f_4\% + 15 \cdot f_4\% = 410 \Leftrightarrow 4 \cdot f_4\% = 80 \Leftrightarrow f_4\% = 20$$

$$(1) \Leftrightarrow f_2\% = 30 - 20 \Leftrightarrow f_2\% = 10$$

$$\mathbf{Γ2.} \quad s^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i\%}{100} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s^2 = \frac{(9-14)^2 \cdot 10 + (11-14)^2 \cdot 10 + (13-14)^2 \cdot 30 + (15-14)^2 \cdot 20 + (17-14)^2 \cdot 30}{100} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s^2 = \frac{250 + 90 + 30 + 20 + 270}{100} \Leftrightarrow s^2 = \frac{660}{100} \Leftrightarrow s^2 = 6,6, \text{ οπότε } s = \sqrt{6,6} \approx 2,57$$

$$\text{Άρα } CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{2,57}{14} > 0,1, \text{ άρα το δείγμα } \underline{\text{δεν είναι}} \text{ ομοιογενές.}$$

$$\mathbf{Γ3.} \quad \bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^5 x_i v_i \Leftrightarrow 14 = \frac{1}{v} \left(\sum_{i=1}^4 x_i v_i + x_5 v_5 \right) \Leftrightarrow 14 = \frac{1780}{v} + 17f_5 \Leftrightarrow 14v = 1780 + 17v \cdot 0,3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 14v = 1780 + 5,1v \Leftrightarrow 8,9v = 1780 \Leftrightarrow v = \frac{1780}{8,9} \Leftrightarrow v = 200$$

$$\mathbf{Γ4.} \quad \text{Επειδή } \beta_i = \frac{\alpha_i - \bar{\alpha}}{s_\alpha} \Leftrightarrow \beta_i = \frac{1}{s_\alpha} \alpha_i - \frac{\bar{\alpha}}{s_\alpha}, \text{ σύμφωνα με εφαρμογή του σχολικού βιβλίου}$$

$$\text{Ισχύει: } \bar{\beta} = \frac{1}{s_\alpha} \bar{\alpha} - \frac{\bar{\alpha}}{s_\alpha} \Leftrightarrow \bar{\beta} = 0 \text{ και } s_\beta = \frac{1}{s_\alpha} s_\alpha \Leftrightarrow s_\beta = 1$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Επειδή $\widehat{\Delta AB} = 90^\circ$, η ΒΔ είναι διάμετρος, επομένως από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΑΒΔ έχουμε: $(AD)^2 = (BD)^2 - (AB)^2 \Leftrightarrow (AD) = \sqrt{100 - x^2}, 0 < x < 10.$

$$\text{Επομένως: } f(x) = (AD) \cdot (AB) \Leftrightarrow f(x) = x \cdot \sqrt{100 - x^2}, 0 < x < 10$$

Δ2. Είναι: $f'(x) = \sqrt{100-x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{100-x^2}} = \sqrt{100-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{100-x^2}} = \frac{100-2x^2}{\sqrt{100-x^2}}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 100-2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 50 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x = 5\sqrt{2}$

Η f γίνεται μέγιστη για $x = 5\sqrt{2}$ και τότε

$(\Delta\Delta) = \sqrt{100-x^2} = \sqrt{100-(5\sqrt{2})^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} = (AB)$

Επομένως το ορθογώνιο ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο.

x	0	$5\sqrt{2}$	10
f'(x)	+	0	-
f(x)		max	

Δ3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - \sqrt{99}}{98 \cdot x} = \frac{1}{98} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - \sqrt{99}}{x} = \frac{1}{98} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - f(1)}{x} = \frac{1}{98} \cdot f'(1) =$
 $= \frac{1}{98} \cdot \frac{98}{\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{99}}{99}$

Δ4. Επειδή $0 < P(A-B) \leq 1$ και $0 < P(A) \leq 1$ είναι

$0 < \frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}} \leq \frac{P(A-B)}{\sqrt{100-1}} < 1$ και $0 < \frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}} \leq \frac{P(A)}{\sqrt{100-1}} < 1$

Έχουμε:

$f\left(\frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}}\right) \leq f\left(\frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}}\right) \stackrel{f \nearrow}{\Leftrightarrow} \frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}} \leq \frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(A-B)\sqrt{100-P^2(A-B)} \leq P(A)\sqrt{100-P^2(A)} \Leftrightarrow f(P(A-B)) \leq f(P(A)) \stackrel{f \nearrow}{\Leftrightarrow}$

$\Leftrightarrow P(A-B) \leq P(A)$ που ισχύει αφού $A-B \subseteq A$