

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ
ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 30 ΜΑΪΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 30
A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 13
A3. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 59
A4. α) Σωστό β) Λάθος γ) Λάθος δ) Λάθος ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

- B1.** Από το ιστόγραμμα συχνοτήτων παίρνουμε ότι:

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 12 + 8 + 14 + 6 = 40$$

Άρα οι πωλητές της εταιρίας είναι $v = 40$

- B2.** Από το ιστόγραμμα συχνοτήτων συμπληρώνουμε τις κλάσεις και τις συχνότητες.

Για τις σχετικές συχνότητες ισχύει: $f_i = \frac{v_i}{v} = \frac{v_i}{40}$ για $i = 1, 2, 3, 4$

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i
[2,4)	3	12	0,3
[4,6)	5	8	0,2
[6,8)	7	14	0,35
[8,10)	9	6	0,15
Σύνολο		40	1

- B3. α)** Για τη μέση τιμή έχουμε: $\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 x_i v_i = \frac{1}{40} (3 \cdot 12 + 5 \cdot 8 + 7 \cdot 14 + 9 \cdot 6) = \frac{228}{40} = 5,7$

- β)** Το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ είναι τα $\frac{3}{4}$ αυτών που ανήκουν στην κλάση [4,6) και όλοι από τις κλάσεις [6,8) και

$$[8,10), \text{ δηλαδή: } \frac{3}{4} \cdot 8 + 14 + 6 = 26 \text{ πωλητές}$$

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1.** Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη με $f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Έχουμε: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{3} \text{ αφού } x_1 < x_2$$

Από τον πίνακα μονοτονίας - ακροτάτων έχουμε:

Τελικά η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 = \frac{1}{4}$

οπότε $P(K) = \frac{1}{4}$ και τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = \frac{1}{3}$

οπότε $P(A) = \frac{1}{3}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)					

Από τον απλό προσθετικό νόμο των πιθανοτήτων έχουμε:

$$P(K) + P(A) + P(\Pi) = P(\Omega) \Leftrightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + P(\Pi) = 1 \Leftrightarrow P(\Pi) = \frac{12}{12} - \frac{3}{12} - \frac{4}{12} \Leftrightarrow P(\Pi) = \frac{5}{12}$$

Γ2. Τα ενδεχόμενα K, A, Π είναι ανά δύο ασυμβίβαστα, οπότε:

$$P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

$$P(\Delta) = P((K \cup A)') = 1 - P(K \cup A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$P(E) = P(A \cup \Pi') = P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi') = P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A - \Pi) =$$

$$= P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A) + P(A \cap \Pi) = 1 - P(\Pi) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

Γ3. Ισχύει: $N(A) = N(\Pi) - 4 \Leftrightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow N(\Omega) = 48 \text{ μπάλες}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν το μήκος του κουτιού είναι x και το πλάτος του είναι y , τότε επειδή η περίμετρος είναι 20 dm έχουμε: $2x + 2y = 20 \Leftrightarrow y = 10 - x$ (1)

Η συνολική επιφάνεια του κουτιού είναι το άθροισμα των εμβαδών της βάσης και των πλευρικών εδρών, οπότε: $E = x \cdot y + 2 \cdot 5 \cdot x + 2 \cdot 5 \cdot y = xy + 10x + 10y$ και λόγω της (1) έχουμε: $E(x) = x(10 - x) + 10x + 10(10 - x) =$

$$= 10x - x^2 + 10x + 100 - 10x = -x^2 + 10x + 100 \text{ με}$$

$$0 < x < 10$$

Η $E(x)$ είναι παραγωγίσιμη με $E'(x) = -2x + 10$ και

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$. Από τον διπλανό πίνακα προσήμου της $E'(x)$ έχουμε ότι η $E(x)$ παρουσιάζει μέγιστο για $x = 5$

x	0	5	10
$E'(x)$	+	0	-
$E(x)$			

Δ2. α) Η εξίσωση $2s^2 - 5s + 2 = 0$ έχει λύσεις $s = 2$ ή $s = \frac{1}{2}$

Επειδή το δείγμα είναι δεν ομοιογενές έχουμε:

$$CV > 10\% \Leftrightarrow \frac{s}{x} > \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{s}{8} > \frac{1}{10} \Leftrightarrow s > \frac{4}{5} \text{ και συνεπώς δεκτή είναι η τιμή } s = 2$$

$$\beta) \text{ Είναι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v} \right\} \Leftrightarrow s^2 = \frac{\sum_{i=1}^v t_i^2}{v} - \left(\frac{\sum_{i=1}^v t_i}{v} \right)^2 \Leftrightarrow s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 = \overline{x^2} - 64 \Leftrightarrow \overline{x^2} = 68$$

Δ3. Επειδή η συνάρτηση E είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[5,10)$ και επειδή $5 = x_1 < x_2 < \dots < x_{14} < x_{15} = 9$ έχουμε: $E(x_1) < E(x_2) < \dots < E(x_{14}) < E(x_{15})$, οπότε το εύρος των $y_i = E(x_i)$ είναι: $R = E(x_{15}) - E(x_1) = E(9) - E(5) = 125 - 109 = 16$

Για το ενδεχόμενο B είναι: $y_i > -4x_i + 9R + 1 \Leftrightarrow E(x_i) > -4x_i + 145 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 145 \Leftrightarrow x_i^2 - 14x_i + 45 < 0 \Leftrightarrow 5 < x_i < 9$$

Επομένως $B = \{A_i(x_i, y_i), i = 2, \dots, 14\}$, $N(B) = 13$ και τελικά $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}$