ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** β

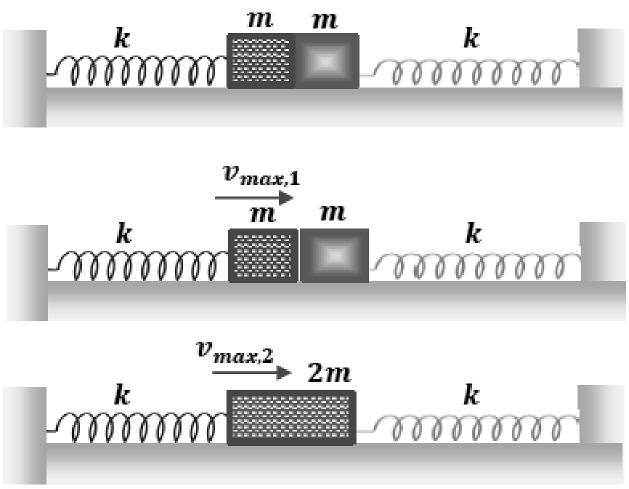
Α5. α. Σωστό **β.** Σωστό **γ.** Λάθος **δ.** Λάθος **ε.** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση είναι η iii.

β) Για τις μέγιστες ταχύτητες των ταλαντώσεων ισχύει:

$v_{max,1} = \omega \cdot A_1$ (1) και $v_{max,2} = \omega' \cdot A_2$ (2)



Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση προκύπτει:

$$m \cdot v_{max,1} = 2m \cdot v_{max,2} \Leftrightarrow v_{max,2} = \frac{1}{2} v_{max,1} \quad (3)$$

Επίσης ισχύουν: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ και

$$\omega' = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \omega \text{ δηλαδή } \omega' = \omega \quad (4)$$

Η σχέση (3) αντικαθιστώντας τις (1), (2) και (4) γίνεται:

$$\omega' \cdot A_2 = \frac{1}{2} \omega \cdot A_1 \Leftrightarrow A_2 = \frac{1}{2} A_1 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$

Β2. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Για την περίοδο του διακροτήματος ισχύει: $T_\delta = 2\sec \Rightarrow f_\delta = \frac{1}{2}Hz$

Γνωρίζουμε ότι: $f_{TA\Lambda} = \frac{f_1 + f_2}{2} \Rightarrow T_{TA\Lambda} = \frac{2}{f_1 + f_2}$

Επίσης είναι: $N = \frac{T_\delta}{T_{TA\Lambda}} \Rightarrow 200 = \frac{2}{\frac{2}{f_1 + f_2}} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200$ (1) και $f_1 - f_2 = \frac{1}{2}$ (2)

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2) προκύπτει:

$2f_1 = 200{,}5 \Rightarrow f_1 = 100{,}25\,\text{Hz}$ και αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε: $f_2 = 99{,}75$

Β3. α) Σωστή απάντηση είναι η iii.

β) Έστω υ_1', υ_2' οι ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την ελαστική κρούση των $m_1 - m_2$. Γνωρίζουμε

ότι: $\upsilon_1' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 < 0$ (1)

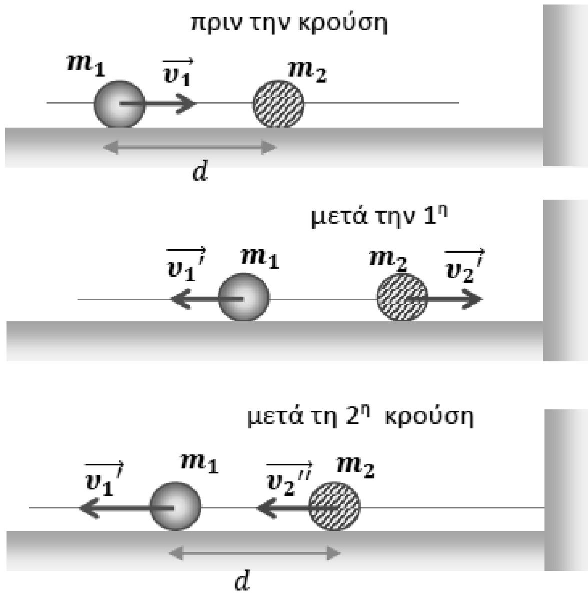
$\upsilon_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$ (2)

Για την ελαστική κρούση m_2 με τον τοίχο ισχύει: $\upsilon_2'' = -\upsilon_2'$

Όμως η απόσταση των m_1 , m_2 είναι σταθερή. Οπότε $\upsilon_1' = \upsilon_2'' \Rightarrow \upsilon_1' = -\upsilon_2' \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = -\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow 3m_1 = m_2 \Rightarrow \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{1}{3}$



Οι υ_1' , υ_2' , υ_2'' είναι οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα παρατηρώ ότι ο χρόνος άφιξης στο (Σ) από την:
(Π_2) είναι: $t_2 = 0{,}2\text{s}$ και από την (Π_1): $t_1 = 1{,}4\text{s}$ άρα οι αποστάσεις είναι:
Από την Π_1: $r_1 = \upsilon_\delta t_1 = 5 \cdot 1{,}4 = 7\,\text{m}$
Από την Π_2: $r_2 = \upsilon_\delta t_2 = 5 \cdot 0{,}2 = 1\text{m}$

Γ2. Μεταξύ της άφιξης των δύο κυμάτων μεσολαβεί χρονικό διάστημα:
$\Delta t = 1{,}4 - 0{,}2 = 1{,}2\,\text{sec}$

Στο Δt γίνονται τρεις (3) ταλαντώσεις,άρα $f = \dfrac{N}{\Delta t} = \dfrac{3}{1{,}2} = 2{,}5\,\text{Hz}$

Επίσης $\lambda = \dfrac{\upsilon}{f} = \dfrac{5}{2{,}5} = 2\,\text{m}$ Άρα $0 \le t < 0{,}2$ sec , $y_\Sigma = 0$

$0{,}2 \le t < 1{,}4$ sec , $y_\Sigma = 5 \cdot 10^{-3}\,\eta\mu 2\pi\left(2{,}5t - \dfrac{r_2}{2}\right) = 5 \cdot 10^{-3}\,\eta\mu 2\pi\left(2{,}5t - 0{,}5\right)$ (σε S.I.)

Για $t \ge 1{,}4$ έχουμε: $y_\Sigma = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\dfrac{7-1}{4}\right)\eta\mu 2\pi\left(2{,}5t - \dfrac{1+7}{4}\right) =$

$= -10 \cdot 10^{-3}\,\eta\mu 2\pi\left(2{,}5t - 2\right) = -10^{-2}\,\eta\mu 2\pi\left(2{,}5t - 2\right)$ (σε S.I.)

Γ3. Εφαρμόζω την ΑΔΜΕ για την ταλάντωση του φελλού, μετά τη συμβολή των κυμάτων.

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mυ_1^2 + \frac{1}{2}Dy_1^2 \Rightarrow |υ_1| = ω\sqrt{A^2 - y_1^2} = 2πf\sqrt{10^{-4} - 75\cdot 10^{-6}} = 2π2,5\sqrt{25\cdot 10^{-6}} =$$
$$= 5π\cdot 5\cdot 10^{-3} = 25π\cdot 10^{-3}\ \text{m/sec}$$

Γ4. $K_1 = \frac{1}{2}mυ_{max}^2 = \frac{1}{2}mω_1^2 A_1^2$ Ομοίως $K_2 = \frac{1}{2}mω_2'^2 A_2^2$

Οπότε: $\frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{ω_1 A_1}{ω_2 A_2}\right)^2$ (1) Όμως: $f_2 = \frac{10}{9}f_1$, $\frac{ω_2}{ω_1} = \frac{2πf_2}{2πf_1} = \frac{10}{9}$

Για το νέο μήκος κύματος έχω: $λ_2 = \frac{υ}{f_2} = \frac{υ}{\frac{10}{9}f_1} = \frac{9}{10}\cdot\frac{υ}{f_1} = \frac{9}{10}λ_1 = 1{,}8\,\text{m}$

$$A_Σ = \left|2,5\cdot 10^{-3}συν\left(2π\frac{r_1 - r_2}{2λ_2}\right)\right| = \left|10\cdot 10^{-3}συν\left(2π\frac{7-1}{3,6}\right)\right| = \left|10\cdot 10^{-3}συν\left(2π\frac{6}{3,6}\right)\right| =$$
$$= \left|10\cdot 10^{-3}συν\left(2π\frac{10}{6}\right)\right| = \left|10\cdot 10^{-3}συν\frac{10π}{3}\right| = 5\cdot 10^{-3} = \frac{A_1}{2}$$

Από (1)$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{9}{10}\cdot 2\right)^2 = \frac{81}{25}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία της ράβδου έχουμε:

$ΣF_x = 0 \Rightarrow F_1 = T$ (1)

$ΣF_y = 0 \Rightarrow F_2 = W_ρ \Rightarrow F_2 = Mg \Rightarrow F_2 = 56\,\text{N}$ και

$Σ_{\vec{τ}_A} = 0 \Rightarrow \vec{τ}_{w_ρ} + \vec{τ}_T + \vec{τ}_{F_1} + \vec{τ}_{F_2} = 0 \Rightarrow$

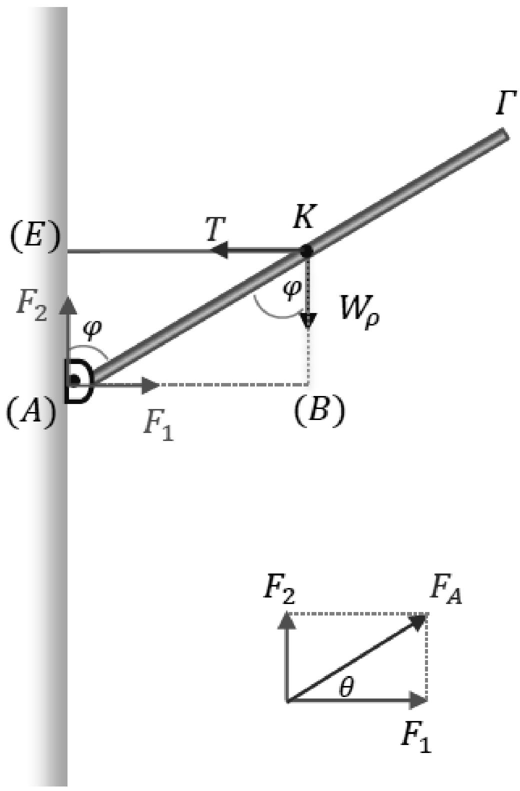
$\Rightarrow M\cdot g\cdot(AB) - T\cdot(AE) = 0 \Rightarrow T = M\cdot g\cdot\frac{(AB)}{(AE)} \Rightarrow$

$\Rightarrow T = \frac{M\cdot g\cdot(AK)\cdot ημφ}{(AK)\cdot συνφ} \Rightarrow T = \frac{56\cdot 0,6}{0,8} \Rightarrow T = 42N$

Οπότε, από τη σχέση (1) έχουμε: $F_1 = 42N$ και

$F_A = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_A = \sqrt{42^2 + 56^2} \Rightarrow F_A = 70N$

με $εφθ = \frac{F_2}{F_1} = \frac{56}{42} = \frac{4}{3}$ (2)



Δ2. Αναλύουμε το βάρος της σφαίρας:

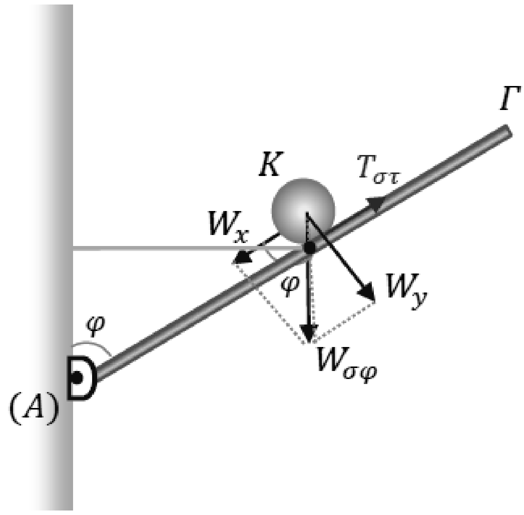
$w_x = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ και $w_y = mg\eta\mu\varphi$

Για τη μεταφορική κίνηση της σφαίρας έχουμε:

$\Sigma F = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_{\sigma\tau} = m \cdot \alpha_{cm}$ (3)

Για τη στροφική κίνηση έχουμε: $\Sigma_\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot r = \frac{2}{5} mr^2 \frac{\alpha_{cm}}{r} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5} m \cdot \alpha_{cm}$ (4)



Από τις σχέσεις (3) και (4) παίρνουμε:

$mg\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7}{5} m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow 10 \cdot 0{,}8 = \frac{7}{5}\alpha_{cm} \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{40}{7}\ \text{m/s}^2$

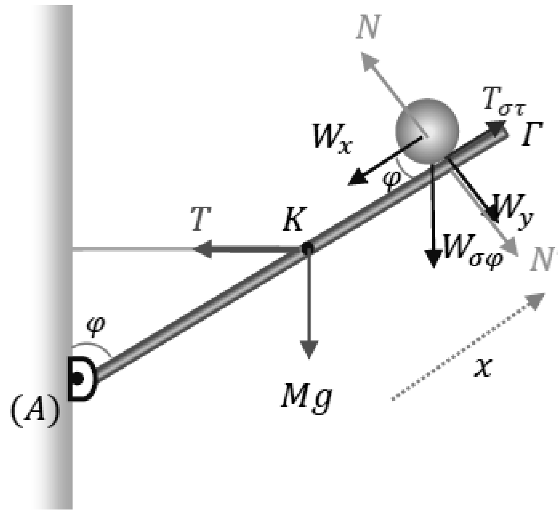
Άρα: $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{r} = \frac{\frac{40}{7}}{\frac{1}{70}} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 400\ \text{rad/s}^2$

Δ3. Στη σφαίρα ισχύει:

$\overrightarrow{\Sigma F_y} = 0 \Rightarrow N = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow N = 4 \cdot 0{,}6 = 2{,}4\ \text{N}$

Όμως στη ράβδο ασκείται η N′ που είναι η αντίδραση της N. Οπότε: N′ = 2,4 N

Η ράβδος ισορροπεί, οπότε ισχύει:



$(\Sigma\tau)_A = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow W_\rho \frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi - T\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi + N'\left(\frac{\ell}{2} + x\right) = 0 \Rightarrow$

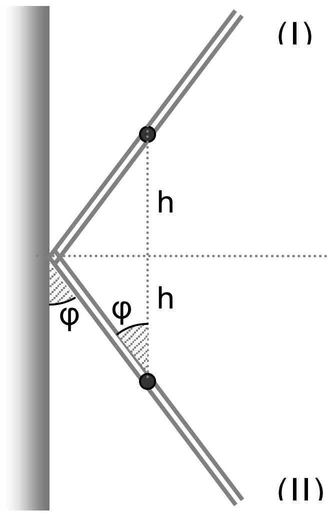
$\Rightarrow 56 \cdot 0{,}6 - T \cdot 0{,}8 + 2{,}4(1 + x) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 56 \cdot 0{,}6 - T \cdot 0{,}8 + 2{,}4 + 2.4x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 33{,}6 - T \cdot 0{,}8 + 2{,}4 + 2.4x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 36 - 0{,}8T + 2.4x = 0 \Rightarrow T = 45 + 3x$

Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας για τη ράβδο δίνεται από τη σχέση:



$\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} = \Sigma\tau \cdot \omega$ (5)

$\Sigma\tau = W_\rho \frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi \Rightarrow \Sigma\tau = 56 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0{,}6 = 33{,}6\ \text{N} \cdot \text{m}$

Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ από τη θέση (I) στη θέση (II) παίρνουμε:

$K_T - K_A = W_{w_\rho} \Rightarrow \frac{1}{2} I_\rho \omega^2 = Mg2h$, όπου $h = \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$

Άρα $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 5{,}6\cdot 4\omega^2 = 5{,}6\cdot 10\cdot 1{,}6 \Rightarrow \omega^2 = \frac{3}{2}16 \Rightarrow \omega = 2\sqrt{6}$ r/s

Τέλος από τη σχέση (5): $\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\text{ράβδου}} = 33{,}6\cdot 2\sqrt{6} = 67{,}2\sqrt{6}$ J/s

Δ5. Μετά την κρούση οι ράβδοι κινούνται μαζί. $I_{\text{συστ}} = I_\rho + I'_\rho = \frac{1}{3}M\ell^2 + \frac{1}{3}3M\ell^2 = \frac{4}{3}M\ell^2$

Από την Αρχή Διατήρησης Στροφορμής για την κρούση των ράβδων:

$$I_\rho\cdot\omega = I_{\text{συστ}}\cdot\omega' \Leftrightarrow \omega' = \frac{I_\rho}{I_{\text{συστ}}}\omega = \frac{\frac{1}{3}M\ell^2}{\frac{4}{3}M\ell^2}\omega = \frac{1}{4}\omega$$

$$\pi\% = \frac{E_{\text{ΑΠΩΛ}}}{E_{\text{ΠΡΙΝ}}}100\% = \frac{K_{\text{ΠΡΙΝ}} - K_{\text{ΜΕΤΑ}}}{K_{\text{ΠΡΙΝ}}}100\% = \frac{\frac{1}{2}\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2 - \frac{1}{2}\frac{4}{3}M\ell^2\frac{1}{16}\omega^2}{\frac{1}{2}\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2}100\% =$$

$$= \frac{1-\frac{4}{16}}{1}100\% = 75\%$$