

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ  
 ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
 ΤΕΤΑΡΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2013  
 ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
 (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)  
 ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** γ **A2.** γ **A3.** δ **A4.** γ

**A5.** α. Σωστό β. Λάθος γ. Σωστό δ. Λάθος ε. Σωστό

**ΘΕΜΑ Β**

**B1. α)** Σωστή απάντηση είναι η ii.

**β)**  $Q = C \cdot V$

$$E_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C^2 \cdot V^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J και}$$

$$E_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-3} \cdot 6^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Οπότε η ενέργεια μειώθηκε κατά:

$$\Delta E = E_{\text{αρχ}} - E_{\text{τελ}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J} - 2 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

**B2. α)** Σωστή απάντηση είναι η iii.

**β)** Είναι:  $f_2 = 3f_1 \Leftrightarrow \frac{v}{\lambda_2} = 3 \frac{v}{\lambda_1} \Leftrightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3}$

Για τα σημεία απόσβεσης:  $r_1 - r_2 = (2N + 1) \frac{\lambda_2}{2} \Leftrightarrow r_1 - (6\lambda_2 - r_1) = (2N + 1) \frac{\lambda_2}{2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow r_1 - 6\lambda_2 + r_1 = (2N + 1) \frac{\lambda_2}{2} \Leftrightarrow 2r_1 = 6\lambda_2 + (2N + 1) \frac{\lambda_2}{2} \Leftrightarrow r_1 = 3\lambda_2 + \frac{N\lambda_2}{2} + \frac{\lambda_2}{2}$$

Πρέπει:  $0 < r_1 < d \Leftrightarrow 0 < r_1 < 6\lambda_2 \Leftrightarrow 0 < 3\lambda_2 + \frac{N\lambda_2}{2} + \frac{\lambda_2}{4} < d \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 0 < \frac{13}{4} + \frac{N}{2} < 6 \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < \frac{N}{2} < 6 - \frac{13}{4} \Leftrightarrow -6,5 < N < 5,5$$

Άρα,  $N = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Δηλαδή, 12 υπερβολές απόσβεσης.

**B3. α)** Σωστή απάντηση είναι η ii.

**β)** Από διατήρηση της στροφορμής:

$$L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \Leftrightarrow I_1 \omega_1 = \left( I_1 + \frac{I_1}{4} \right) \omega_2 \Leftrightarrow \omega_1 = \frac{5}{4} \omega_2 \Leftrightarrow \omega_2 = \frac{4}{5} \omega_1$$

$$L_1 = \omega_1 l_1 \text{ και } L_2 = l_1 \omega_2 = l_1 L_2 = l_1 \omega_2 = \frac{4}{5} l_1 \omega_1 = \frac{4}{5} L_1$$

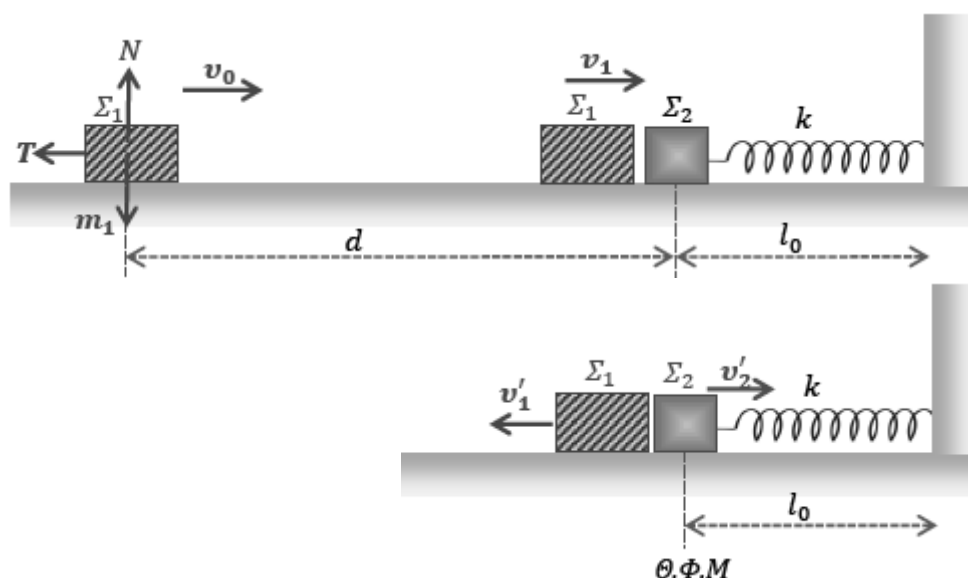
$$\text{Οπότε: } |\Delta L| = |L_1 - L_2| = \left| L_1 - \frac{4}{5} L_1 \right| = \frac{1}{5} L_1$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Από τους τύπους της ελαστικής μετωπικής κρούσης έχουμε

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \Leftrightarrow -\sqrt{10} = -\frac{m_1}{3m_1} u \Leftrightarrow u_1 = 3\sqrt{10} \text{ m/s}$$

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \Rightarrow u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1} 3\sqrt{10} \Rightarrow u_2' = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$



Από θεώρημα Έργου-Ενέργειας:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 u_0^2 = -T_1 d \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 u_0^2 = -\mu m_1 g d \Leftrightarrow$$

$$u_0 = \sqrt{u_1'^2 + 2\mu g d} \Leftrightarrow u_0 = \sqrt{90 + 10} \Leftrightarrow u_0 = 10 \text{ m/s}$$

**Γ2.**  $K_1 = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 = \frac{1}{2} m_1 90 = 45m_1$  και  $K_2 = 0$

$$K_1' = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 = \frac{1}{2} m_1 10 \text{ και } K_2' = \frac{1}{2} 2m_1 40 = \frac{1}{2} m_1 80 = 40m_1$$

$$\frac{K_2'}{K_1} (100\%) = \frac{40m_1}{45m_1} (100\%) = \frac{8}{9} (100\%) = 88,9\%$$

$$\Gamma 3. \quad \Sigma F = m_1 \alpha \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = m_1 \alpha \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = m_1 \alpha \\ N_1 - w_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu N_1 = m_1 \alpha \\ N_1 = m_1 g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu m_1 g = m_1 \alpha \\ N_1 = m_1 g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu g = \alpha \\ N_1 = m_1 g \end{cases}$$

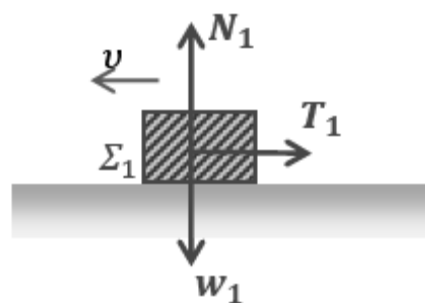
Τελικά  $\alpha = \mu g = 5 \frac{m}{s^2}$

$$u_1 = u_0 - \alpha t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{u_0 - u_1}{\alpha} \Rightarrow t_1 = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{5} s$$

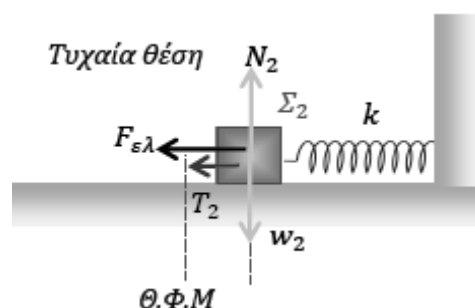
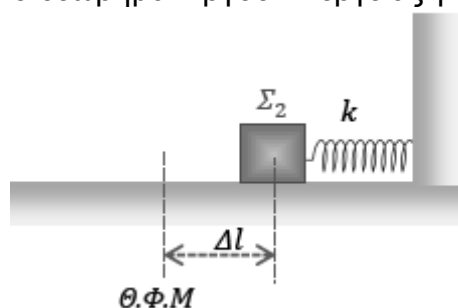
$$0 = u_1' - \alpha t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{u_1'}{\alpha} \Rightarrow t_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} s$$

Τελικά:

$$t_{ολ} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{ολ} = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{5} + \frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow t_{ολ} = \frac{10 - 2\sqrt{10}}{5} = \frac{10 - 2 \cdot 3,2}{5} = 0,72s$$



Γ4. Από το θεώρημα Έργου-Ενέργειας για το σώμα Σ<sub>2</sub>:



$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_T + W_{Fελ} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 = -\mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \Delta l + \frac{1}{2} k \cdot \Delta l^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{105}{2} \Delta l^2 + 5\Delta l - 20 = 0 \Rightarrow \Delta l = \frac{-5 \pm \sqrt{4225}}{105} \Rightarrow \begin{cases} \Delta l = \frac{60}{105} = \frac{4}{7} m \text{ δεκτή} \\ \Delta l = -\frac{70}{105} = -\frac{2}{3} m \text{ απορρίπτεται} \end{cases}$$

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζω 2<sup>ο</sup> Νόμο Newton για μεταφορική κίνηση. :

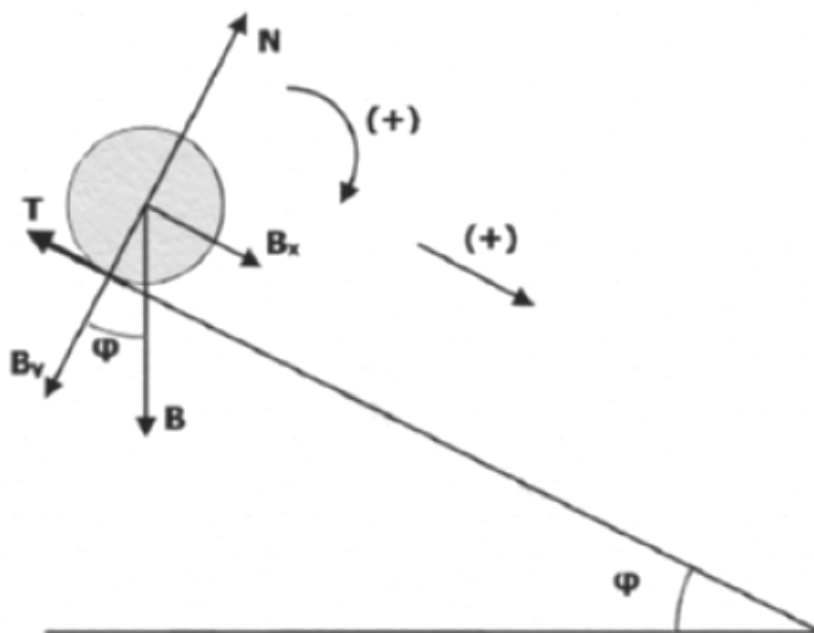
$$\Sigma F = M \alpha_{cm} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = M \alpha_{cm} \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mg \eta \mu \varphi - T = M \alpha_{cm} \quad (1) \\ Mg \sigma \upsilon \nu \varphi - N = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(\omega \cdot R)}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma \omega \upsilon \nu} \cdot R \quad (3)$$

Εφαρμόζω 2<sup>ο</sup> Νόμο Newton για περιστροφική κίνηση. :

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow TR = I \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T = \frac{\alpha_{cm}}{R^2} \cdot I \quad (4)$$

$$\text{Από : (1), (4)} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - I \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R^2} = M\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{M \cdot g \cdot \eta\mu\phi}{M + \frac{I}{R^2}} = \frac{2}{3} g \cdot \eta\mu\phi$$



- Δ2.** Αν  $I$  είναι η ροπή αδράνειας του αρχικού κυλίνδρου με μάζα  $M$   
 $I_r$  είναι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου που αφαιρώ με μάζα  $m$   
 $I_{\text{κοιλ}}$  είναι η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου που απομένει  
 Η πυκνότητα είναι ίδια για τον αρχικό κύλινδρο και για τον κύλινδρο που αφαιρώ

$$\frac{m}{\pi r^2 h} = \frac{M}{\pi R^2 h} \Rightarrow \frac{m}{r^2} = \frac{M}{R^2} \Rightarrow m = \frac{r^2}{R^2} M$$

$$I = I_{\text{κοιλ}} + I_r \Rightarrow \frac{1}{2} MR^2 = I_{\text{κοιλ}} + \frac{1}{2} mr^2 \Rightarrow \frac{1}{2} MR^2 = I_{\text{κοιλ}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2}{R^2} Mr^2 \Rightarrow \frac{1}{2} MR^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{r^4}{R^2} M = I_{\text{κοιλ}} \Rightarrow$$

$$I_{\text{κοιλ}} = \frac{1}{2} MR^2 \left( 1 - \frac{r^4}{R^4} \right)$$

- Δ3.** Το κυλινδρικό τμήμα που επανατοποθετούμε στο κενό δεν μπορεί να περιστραφεί διότι δεν υπάρχει τριβή άρα ούτε ροπή για να το περιστρέψει. Συνεπώς το τμήμα αυτό θα κάνει μόνο μεταφορική κίνηση. Το κοίλο κομμάτι θα εκτελεί και περιστροφική και μεταφορική κίνηση.

Εφαρμόζω 2<sup>ο</sup> Νόμο Newton για μεταφορική κίνηση για ολόκληρο το σώμα :

$$\Sigma F = M\alpha_{cm} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = M\alpha_{cm} \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mg\eta\mu\phi - T = M\alpha_{cm} \quad (1) \\ Mg\sigma\upsilon\eta\phi - N = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(\omega \cdot R)}{\Delta t} \Rightarrow \alpha'_{cm} = \alpha'_{\gamma\omega\nu} \cdot R \quad (3)$$

Εφαρμόζω 2<sup>ο</sup> Νόμος Newton για περιστροφική κίνηση για το  $v$  κοίλο κύλινδρο. :

$$\Sigma \tau = I_{\text{κοιλ}} \cdot \alpha'_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow TR = I_{\text{κοιλ}} \cdot \frac{\alpha'_{cm}}{R} \Rightarrow T = \frac{\alpha'_{cm}}{R^2} I_{\text{κοιλ}} \quad (4)$$

$$\text{Από : (1), (4)} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - I_{\text{κοιλ}} \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R^2} = M\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{M \cdot g \cdot \eta\mu\phi}{M + \frac{I_{\text{κοιλ}}}{R^2}} = \frac{2g \cdot \eta\mu\phi}{3 - \frac{r^4}{R^4}}$$

**Δ4.** Είναι:  $K_{\text{μεταφ}} = \frac{1}{2} M u_{cm}^2 = \frac{1}{2} M \omega^2 R^2$  και

$$K_{\text{στροφ}} = \frac{1}{2} I_{\text{κοιλ}} \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} M R^2 \left( 1 - \frac{r^4}{R^4} \right) \omega^2 = \frac{1}{4} M \omega^2 R^2 \left( 1 - \frac{\left( \frac{R}{2} \right)^4}{R^4} \right) = \frac{1}{4} M \omega^2 R^2 \left( 1 - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow$$

$$K_{\text{στροφ}} = \frac{15}{64} M \omega^2 R^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} M u_{cm}^2 \left( 1 - \frac{1}{16} \right) = \frac{15}{64} M u_{cm}^2$$

$$\text{Άρα: } \frac{K_{\text{μεταφ}}}{K_{\text{στροφ}}} = \frac{\frac{1}{2} M \omega^2 R^2}{\frac{15}{64} M \omega^2 R^2} = \frac{32}{15}$$