

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')**  
**ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2012**  
**ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**  
**(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)**  
**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

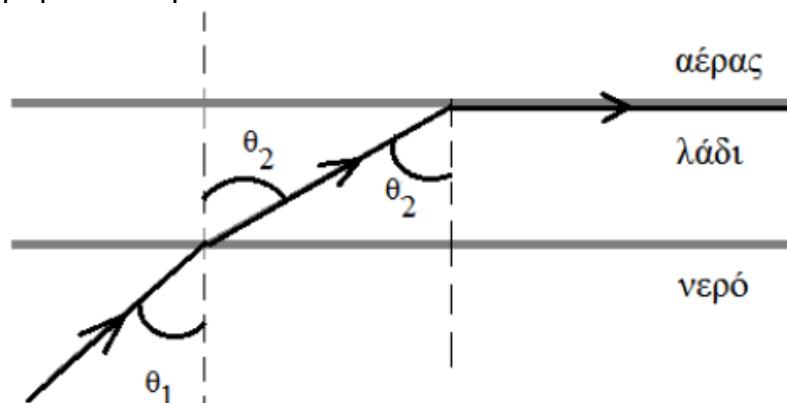
**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** γ    **A2.** β    **A3.** γ    **A4.** γ

**A5.** α. Σωστό    β. Σωστό    γ. Λάθος    δ. Λάθος    ε. Σωστό

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Σωστή απάντηση είναι το γ.



Η γωνία πρόσπτωσης ( $\theta_1$ ) του φωτός στην διαχωριστική επιφάνεια νερού-λαδιού είναι ίση με την κρίσιμη γωνία στην περίπτωση όπου το φως θα μετέβαινε από τον νερό στον αέρα. Άρα ισχύει ότι:  $\eta\mu\theta_1 = \frac{1}{n_{\text{νερού}}}$  (1)

Όταν συμβαίνει διάθλαση από το νερό στο λάδι, μέσω του νόμου *Snell* ισχύει ότι:  $\eta\mu\theta_1 \cdot n_{\text{νερού}} = \eta\mu\theta_2 \cdot n_{\text{λάδι}}$  (2)

Με αντικατάσταση της σχέσης (1) στη (2) :

$$\frac{1}{n_{\text{νερού}}} \cdot n_{\text{νερού}} = \eta\mu\theta_2 \cdot n_{\text{λάδι}} \Leftrightarrow 1 = \eta\mu\theta_2 \cdot n_{\text{λάδι}} \Leftrightarrow \eta\mu\theta_2 = \frac{1}{n_{\text{λάδι}}}$$

Ουσιαστικά, η γωνία  $\theta_2$  είναι κρίσιμη γωνία για την μετάβαση από το λάδι στο αέρα.

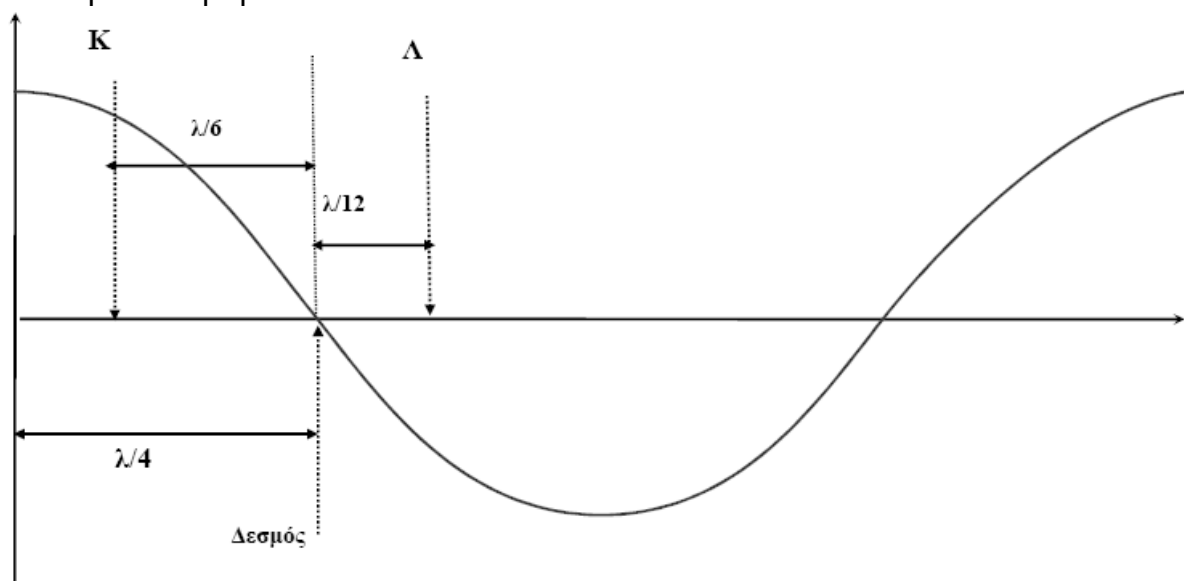
Με εφαρμογή νόμου *Snell* για την μετάβαση από το λάδι στο αέρα, ισχύει ότι:

$\eta\mu\theta_2 \cdot n_{\text{λάδι}} = \eta\mu\phi \cdot n_{\text{αέρα}}$ , όπου  $\phi$  η υποθετική γωνία της ακτίνας

$$\frac{1}{n_{\text{λάδι}}} \cdot n_{\text{λάδι}} = \eta\mu\phi \cdot n_{\text{αέρα}} \stackrel{n_{\text{αέρα}}=1}{\Rightarrow} \eta\mu\phi = 1 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}$$

Ως αποτέλεσμα η ακτίνα θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – αέρα.

**B2.** Σωστή απάντηση είναι το α.



Για το σημείο Κ ισχύει:  $x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$

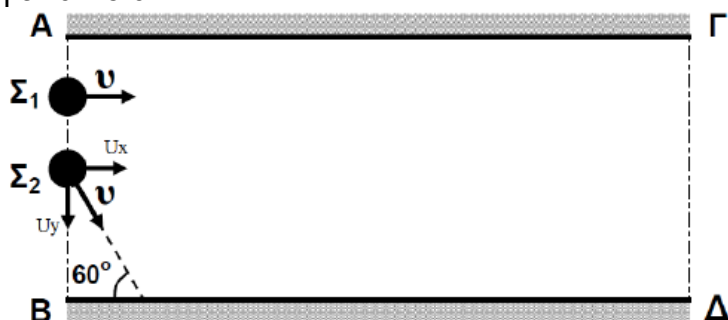
$$A_K = \left| 2A \cdot \sin\left(\frac{2\pi \frac{\lambda}{12}}{\lambda}\right) \right| = \left| 2A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right| = \left| 2A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right| = A\sqrt{3}$$

Ενώ, για το σημείο Λ ισχύει:  $x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$

$$A_\Lambda = \left| 2A \cdot \sin\left(\frac{2\pi \frac{\lambda}{3}}{\lambda}\right) \right| = \left| 2A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right| = \left| 2A \cdot \frac{1}{2} \right| = A$$

Οπότε για τον λόγο των ταχυτήτων ισχύει:  $\frac{u_{K_{\max}}}{u_{\Lambda_{\max}}} = \frac{\omega \cdot A\sqrt{3}}{\omega \cdot A} = \sqrt{3}$

**B3.** Σωστή απάντηση είναι το α.



Η σφαίρα  $\Sigma_1$  έχει οριζόντια ταχύτητα σταθερή, οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με αποτέλεσμα να διανύει την απόσταση ΑΓ σε χρόνο  $t_1$  ίσο με:  $t_1 = \frac{AG}{u}$  (1)

Η σφαίρα  $\Sigma_2$  συγκρούεται ελαστικά με τους δυο τοίχους, ωστόσο δεν δέχεται καμία δύναμη στον άξονα  $x$ . Άρα στη διεύθυνση αυτή η συνιστώσα της ταχύτητας είναι πάντα ίση με την αρχική. Συνεπώς, η σφαίρα  $\Sigma_2$  εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον άξονα  $x$ , η οποία υπολογίζεται ως εξής:  $u_x = u \cdot \sin 60^\circ = \frac{u}{2}$

Και διανύει την απόσταση ΑΓ σε χρόνο  $t_2$  ίσο με:  $t_2 = \frac{AG}{\frac{u}{2}} = \frac{2AG}{u} = 2t_1$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**  $I_{\text{ραβδ}} = \frac{1}{12} M \ell^2 + M \frac{\ell^2}{4} = \frac{1}{3} M \ell^2$

$I_{(m)} = m \ell^2$

$I_{\text{συστ}} = \frac{1}{3} M \ell^2 + m \ell^2 = \ell^2 \left( \frac{1}{3} M + m \right)$

$I_{\text{συστ}} = 0,09 \cdot 5 = 0,45 \text{ kgm}^2$

**Γ2.**  $W_F = \tau \cdot \theta = F \cdot \ell \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{120}{\pi} \cdot 0,3 \cdot \frac{\pi}{2} = 18 \text{ J}$

**Γ3. ΘΜΚΕ**

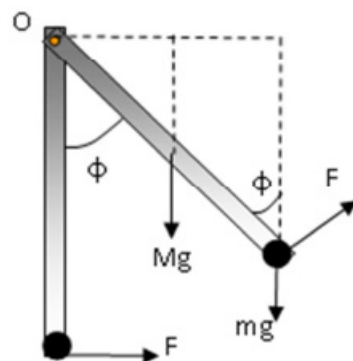
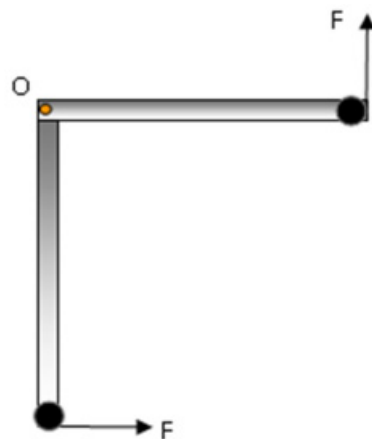
$\frac{1}{2} I_{\text{συστ}} \omega^2 - 0 = W_F + W_{\text{βαρ}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} I_{\text{συστ}} \omega^2 = 18 - Mg \frac{\ell}{2} - mg \ell \Leftrightarrow \frac{1}{2} 0,45 \omega^2 = 18 - 2Mg \frac{\ell}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} 0,45 \omega^2 = 18 - 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} 0,45 \omega^2 = 0 \Leftrightarrow \omega = 0$

**Γ4.**  $\Sigma \tau = 0 \Leftrightarrow F' \ell = Mg \frac{\ell}{2} \eta \mu \phi + mg \ell \eta \mu \phi \Leftrightarrow$

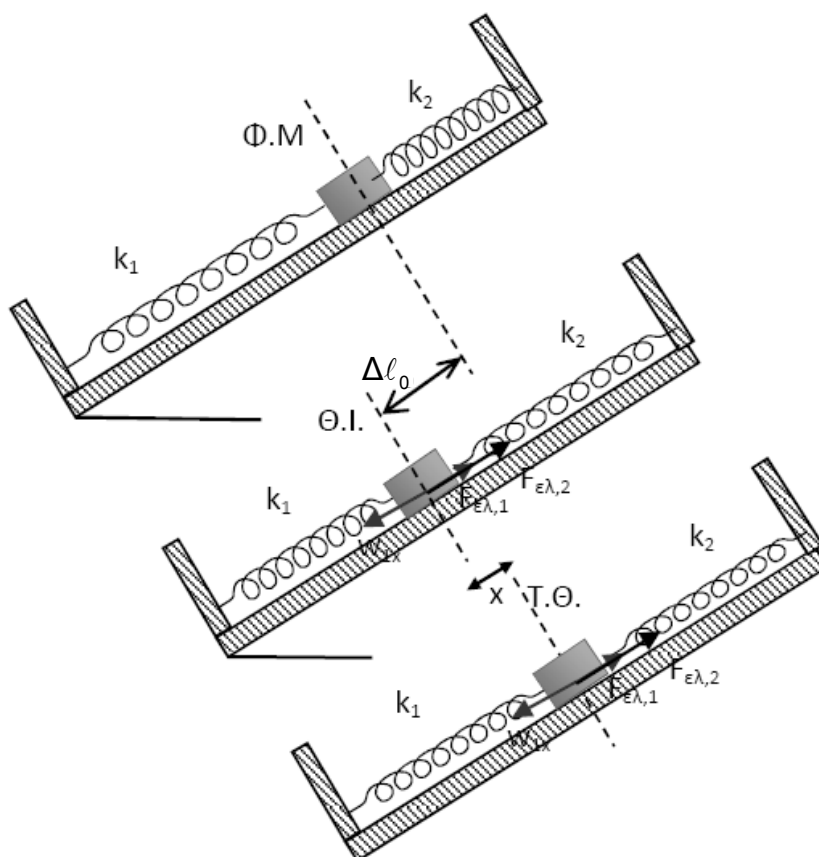
$\Leftrightarrow F' = \left( \frac{Mg}{2} + \frac{Mg}{2} \right) \eta \mu \phi \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow F' = Mg \eta \mu \phi \Leftrightarrow \eta \mu \phi = \frac{30\sqrt{3}}{60}, \text{ άρα } \phi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$



## ΘΕΜΑ Δ

### Δ1.



#### Θέση Ισορροπίας

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow m_1 g \mu 30^\circ = k_1 \Delta \ell_0 + k_2 \Delta \ell_0 \quad (1)$$

$$\text{Άρα } \Delta \ell_0 = \frac{m_1 g \mu 30^\circ}{k_1 + k_2} = \frac{10}{200} m = 0,05 m$$

#### Τυχαία Θέση

$$\Sigma F_x = F_2 - w_{1x} + F_1 \Leftrightarrow \Sigma F_x = k_1 (\Delta \ell_0 - x) + k_2 (\Delta \ell_0 - x) - m_1 g \mu 30^\circ \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \Sigma F_x = k_1 \Delta \ell_0 - k_1 x + k_2 \Delta \ell_0 - k_2 x - k_1 \Delta \ell_0 - k_2 \Delta \ell_0 \Leftrightarrow \Sigma F_x = -(k_1 + k_2) x \quad (2)$$

### Δ2. $A = \Delta \ell = 5 \cdot 10^{-2} m$

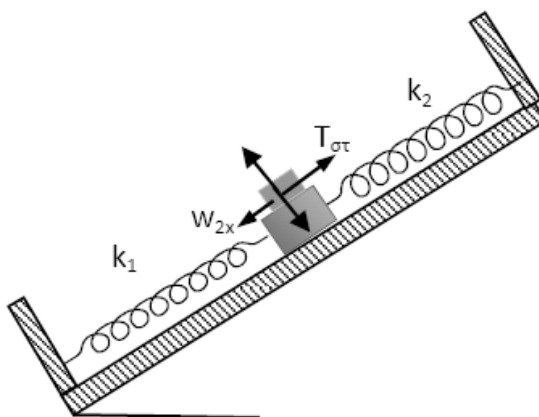
$$\left. \begin{array}{l} x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \\ \text{για } t = 0 \Rightarrow x = A \end{array} \right\} \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1}} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\text{Άρα } x = 0,05 \eta \mu \left( 10t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (S.I.)} \quad (3)$$

**Δ3.**  $m_2 = 6\text{kg}$  ,  $D_{\text{συστ}} = k_1 + k_2 = 200\text{N/m}$  ,  $\omega' = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{200}{8}} = 5\text{r/s}$

$D_2 = m_2 \omega'^2 = 6 \cdot 25\text{N/m} = 150\text{N/m}$

**Δ4.**



$|T_{\sigma\tau}| \leq T_{\text{op}} \Leftrightarrow |T_{\sigma\tau}| \leq \mu_s N \Leftrightarrow |T_{\sigma\tau}| \leq \mu_s m_2 g \sin 30^\circ \quad (4)$

Στο  $m_2$ :  $\Sigma F_x = -D_2 x \Leftrightarrow T_{\sigma\tau} - w_{2x} = -D_2 x \Leftrightarrow |T_{\sigma\tau}| = m_2 g \sin 30^\circ - D_2 x \quad (5)$

Νέα θέση ισορροπίας ( $m_1 + m_2$ )

$(m_1 + m_2) g \sin 30^\circ = (k_1 + k_2) \Delta \ell_1 \Leftrightarrow \Delta \ell_1 = \frac{(m_1 + m_2) g \sin 30^\circ}{k_1 + k_2} = \frac{80 \cdot \frac{1}{2}}{200} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \Delta \ell_1 = \frac{40}{200} = 0,2\text{m} = A'$  που είναι το νέο πλάτος.

Στην κάτω ακραία θέση για  $x = -A$  έχουμε μέγιστη στατική τριβή. Αρκεί να εξασφαλίσουμε ότι σε αυτή τη θέση δεν θα γίνει ολίσθηση.

$T_{\text{στατ(max)}} = m_2 g \sin 30^\circ + \mu_2 \omega'^2 A' \Leftrightarrow T_{\text{στατ(max)}} = 30 + 150 \cdot 0,2 = 60\text{N}$

$(4) \Rightarrow \mu_{s(\text{min})} = \frac{60}{60 \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$