# ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄) ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2011 ΦΥΣΙΚΗΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ) ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** γ **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** γ

**Α5. α.** Σωστό **β.** Λάθος **γ.** Σωστό **δ.** Λάθος **ε.** Λάθος

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** Σωστή απάντηση είναι το β.

Αρχική συνθήκη ισορροπίας κοινή για τα δύο συστήματα:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_{o\lambda} \Rightarrow k\cdot\Delta l = (m_1+m_2)g \Rightarrow \Delta l = \frac{(m_1+m_2)g}{k} \quad (1)$$

Τελική συνθήκη ισορροπίας για το σώμα $\Sigma_1$:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,1} = w_1 \Rightarrow k\cdot\Delta l_1 = m_1 g \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k} \quad (2)$$

Τελική συνθήκη ισορροπίας για το σώμα $\Sigma_1$:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,2} = w_2 \Rightarrow k\cdot\Delta l_2 = m_2 g \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{m_2 g}{k} \quad (3)$$

Η αρχική θέση ισορροπίας είναι πλέον ακραία θέση διότι η ταχύτητα κάθε ταλαντωτή σε αυτή τη θέση είναι μηδενική.

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος $\Sigma_1$ είναι: $A_1 = \Delta l - \Delta l_1 = \dfrac{m_2 g}{k}$

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος $\Sigma_2$ είναι: $A_2 = \Delta l - \Delta l_2 = \dfrac{m_1 g}{k}$

Η ενέργεια ταλάντωσης κάθε σώματος, αντίστοιχα, είναι:

$$E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{m_2 g}{k}\right)^2 \quad , \quad E_2 = \frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{m_1 g}{k}\right)^2$$

Ο ζητούμενος λόγος είναι: $\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{m_2^2}{m_1^2}$

**Β2.** Σωστή απάντηση είναι το α.

Για τις δύο διαφορετικές συχνότητες $f_1$ , $f_2$ έχουμε την ίδια συχνότητα διακροτημάτων $f_\delta$. Έστω ότι $f_1<f<f_2$. Ισχύει: $f_\delta= f-f_1$ (1) και $f_\delta= f_2-f$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $f-f_1=f_2-f$ ή $2f= f_1+f_2 \Leftrightarrow f = \dfrac{f_1+f_2}{2}$

**Β3.** Σωστή απάντηση είναι το α.

Από την Αρχή της Διατήρησης της Ορμής έχουμε: $\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Leftrightarrow$

$$(m_1 + m_2)\upsilon = (m_2 + m_3)\frac{\upsilon}{3} \Leftrightarrow m_1 + m_2 = (m_2 + 4m_1)\frac{1}{3} \Leftrightarrow m_2 - \frac{m_2}{3} = \frac{4}{3}m_1 - m_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2m_2 = m_1 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

**ΘΕΜΑ Γ**

Έστω λ το αρχικό μήκος κύματος: $\lambda = \frac{\upsilon}{f}$ και $r_1 - r_2 = N\cdot\lambda$ (1)

Αν γίνει $f' = 2\cdot f$ τότε $\lambda' = \frac{\upsilon}{f'} = \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \lambda = 2\lambda'$ (2)

Από (1) , (2) $r_1 - r_2 = N\cdot 2\cdot\lambda' \Leftrightarrow r_1 - r_2 = (2\cdot N)\cdot\lambda' \Leftrightarrow r_1 - r_2 = N'\cdot\lambda'$

Οπότε το σημείο Σ είναι σημείο ενίσχυσης δηλαδή $|A'| = 2A$

**Γ1.** Η εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου Μ , δεδομένου ότι $r_1 = r_2$, είναι:

$y_M = 2A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2r_1}{2\lambda}\right)$. Κατά αντιστοιχία με τη δεδομένη σχέση

$y_M = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 10)$, έχουμε: $2A = 0,2m$ , $T = 0,2s$ και $f = 5Hz$

$\frac{r_1}{\lambda} = 10$ (1) Ισχύει: $\lambda = \upsilon T$ ή $\lambda = 0,4m$. Από (1) έχουμε $r_1 = 4m$ ή $M\Pi_1 = 4m$

**Γ2.** $\Delta\phi = \phi_O - \phi_M = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda}) - 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{2r_1}{2\lambda}) = 2\pi\frac{2r_1 - d}{2\lambda} \Rightarrow \Delta\phi = 17,5\pi$ rad

**Γ3.** Για τα σημεία ενίσχυσης του $\Pi_1\Pi_2$ ισχύουν οι σχέσεις: $r_1 - r_2 = N\cdot\lambda$ (1) όπου $N = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...$

$r_1 + r_2 = d$ (2) Προσθέτω τις (1) και (2): $2r_1 = N\cdot\lambda + d \Leftrightarrow r_1 = \frac{N}{2}\lambda + \frac{d}{2}$

Πρέπει: $0 < r_1 < d \Leftrightarrow 0 < \frac{N}{2}\lambda + \frac{d}{2} < d \Leftrightarrow -\frac{d}{2} < \frac{N}{2}\lambda < \frac{d}{2} \Leftrightarrow -d < N\lambda < d \Leftrightarrow -\frac{d}{\lambda} < N < \frac{d}{\lambda} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2,5 < N < +2,5$

Επομένως οι δυνατές τιμές του Ν είναι: –2, –1, 0 , 1, 2.

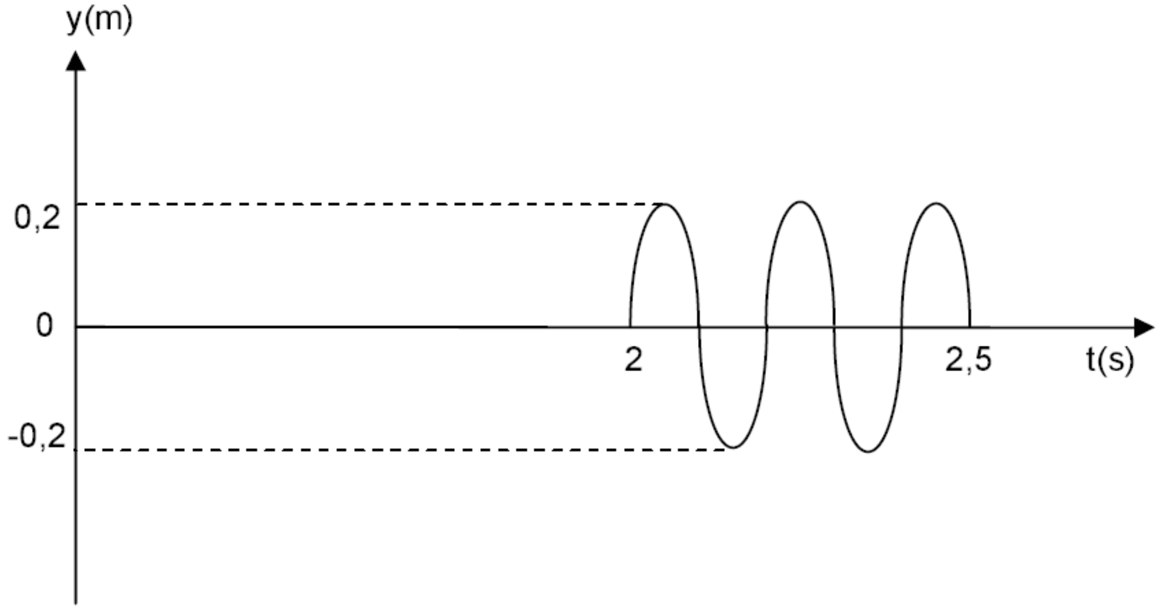
Συνεπώς τα σημεία ενίσχυσης του $\Pi_1\Pi_2$ είναι 5.

**Γ4.** Το σημείο Μ αρχίζει να εκτελεί Α.Α.Τ τη χρονική στιγμή $t = \frac{r_1}{\upsilon} = 2s$, της ταυτόχρονης άφιξης των δύο κυμάτων σε αυτό.

Η εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου Μ είναι: $0 \le t < 2s$ : $y_M = 0$

$2s \le t \le 2,5s$ : $y_M = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 10)$ (S.I.)

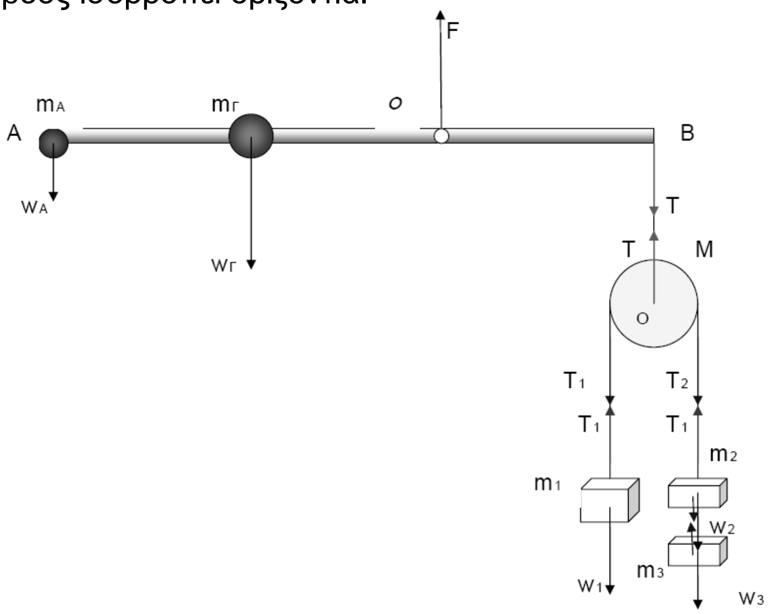
<u>Γραφική παράσταση:</u>



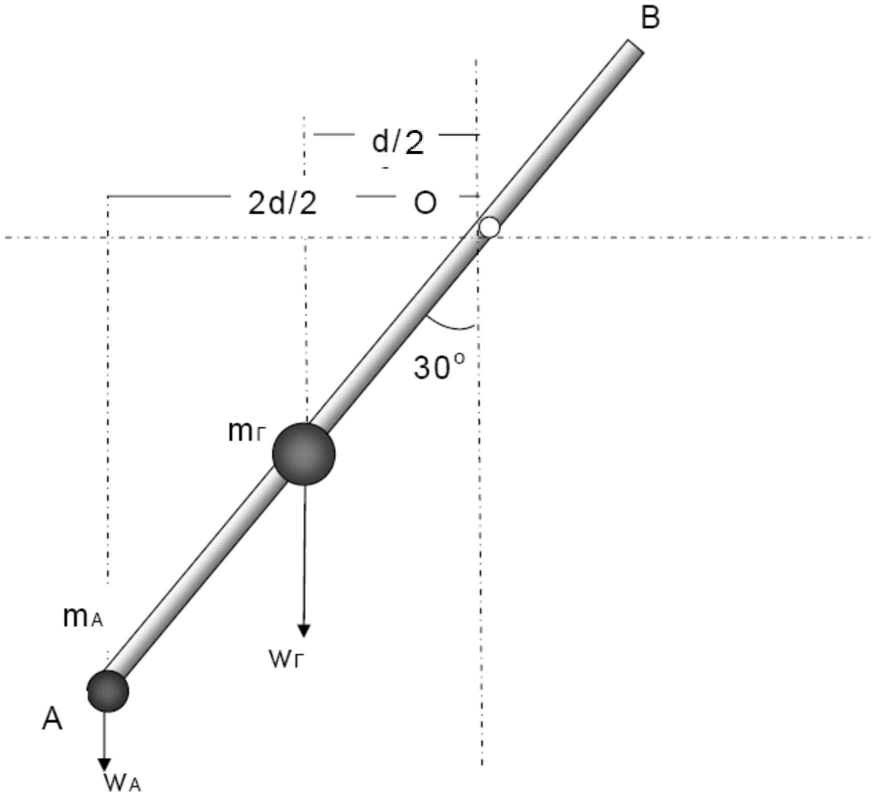

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Ισορροπία του σώματος μάζας $m_1$ : $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 = m_1 g = 20N$
Ισορροπία του σώματος μάζας $m_3$ : $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_3 = m_3 g = 10N$
Ισορροπία του σώματος μάζας $m_2$ : $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g + T_3 = 20N$
Ισορροπία της τροχαλίας μάζας M : $\Sigma F = 0 \Rightarrow T = T_1 + T_2 + Mg \Rightarrow T = 80N$

Ελέγχουμε το άθροισμα των ροπών ως προς το σημείο Ο, στην οριζόντια θέση: $\Sigma\tau_{(O)} = m_A \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot d - T \cdot d$ και διαπιστώνουμε ότι $\Sigma\tau_{(O)} = 0$
Επομένως η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.



**Δ2.**




Η ροπή αδράνειας του συστήματος είναι: $I=m_A\cdot(2d)^2+m_\Gamma\cdot d^2=10kg\cdot m^2$

Εφαρμόζουμε θεμελιώδη νόμο στροφικής κίνησης:

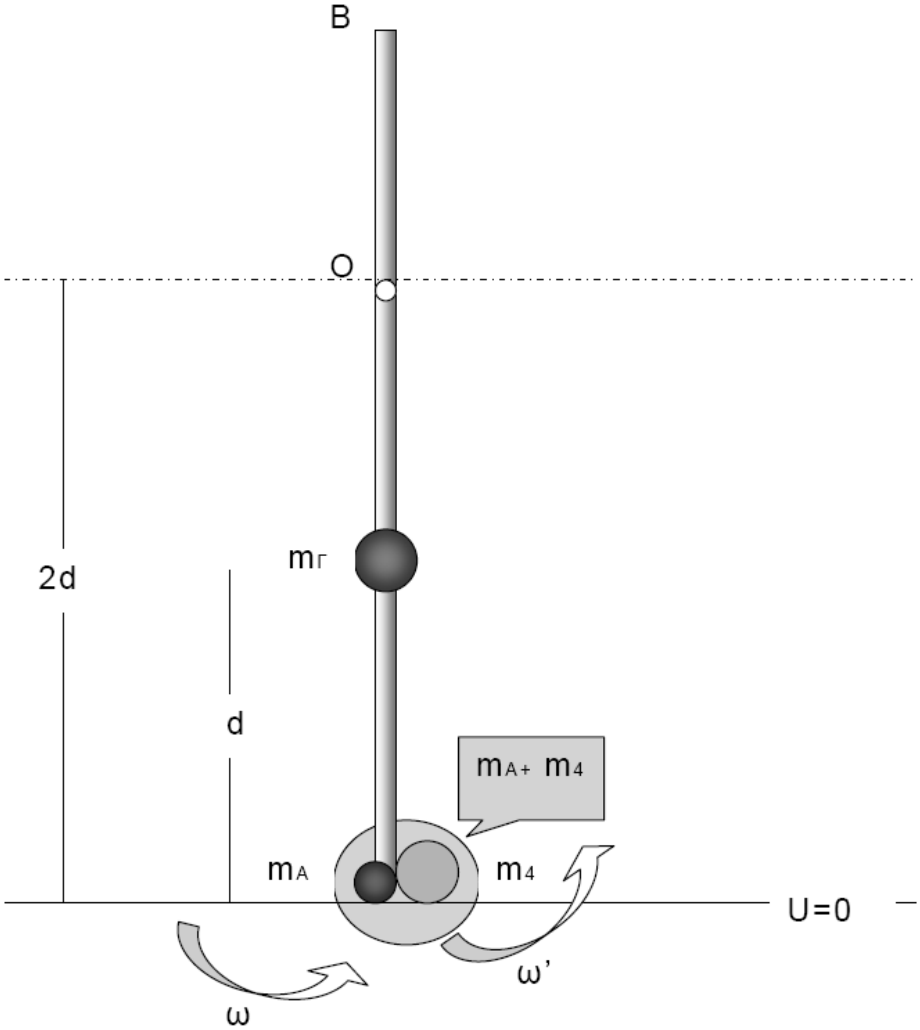
$$\Sigma\tau=I\cdot a_\gamma \Rightarrow m_A\cdot g\cdot 2d\cdot \eta\mu30^o+m_B\cdot g\cdot d\cdot \eta\mu30^o=I\cdot a_\gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_\gamma=\frac{m_A\cdot g\cdot 2d\cdot \eta\mu30^o+m_B\cdot g\cdot d\cdot \eta\mu30^o}{I}\Rightarrow a_\gamma=4\,{}^{rad}\!/\!{}_{s^2}$$

**Δ3.** Εφαρμόζουμε θεώρημα Έργου-Ενέργειας

$$\Delta K=\Sigma W\Rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2=m_A g2d+m_\Gamma gd\Rightarrow \omega^2=\frac{2(m_A g2d+m_\Gamma gd)}{I}\Rightarrow \omega=4\,{}^{rad}\!/\!{}_{s}$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος μετά την κρούση είναι: $I'=I+m_4\cdot(2d)^2=30kg\cdot m^2$



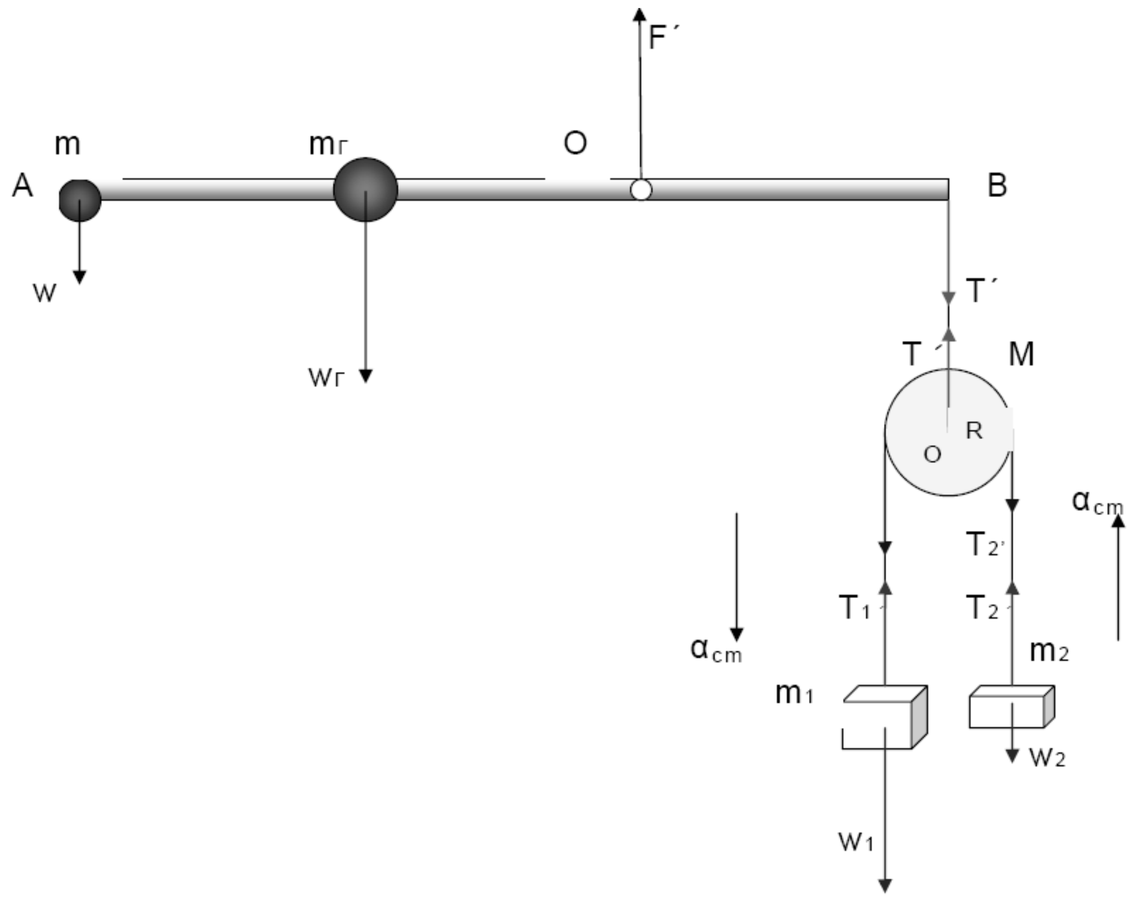

Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της στροφορμής στην κρούση

$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Rightarrow I\omega = I'\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4}{3}\,rad/s$$

Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά την κρούσης είναι:

$$υ_A = \omega' \cdot (2d) \Rightarrow υ_A = \frac{8}{3}\,m/s$$

**Δ4.**




Εφαρμόζουμε θεμελιώδη νόμο μεταφορικής κίνησης για το σώμα μάζας $m_1$ :

$\Sigma F_1 = m_1 \cdot a \Rightarrow m_1 g - T_1' = m_1 \cdot \alpha$ (1)

Εφαρμόζουμε θεμελιώδη νόμο μεταφορικής κίνησης για το σώμα μάζας $m_2$ :

$\Sigma F_2 = m_2 \cdot a \Rightarrow T_2' - m_2 g = m_2 \cdot \alpha$ (2)

Εφαρμόζουμε θεμελιώδη νόμο στροφικής κίνησης για την τροχαλία:

$$\Sigma \tau = I \cdot a_\gamma \Rightarrow T_1'R - T_2'R = \frac{1}{2}MR^2 a_\gamma \Rightarrow T_1' - T_2' = \frac{1}{2}MRa_\gamma \Rightarrow T_1' - T_2' = \frac{1}{2}Ma \quad (3)$$

Προσθέτουμε τις σχέσεις (1) , (2) και (3):

$$m_1 g - m_2 g = (m_1 + \frac{M}{2} + m_2)a \Rightarrow a = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + \frac{M}{2} + m_2} \Rightarrow a = 2m/s^2$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει: $T_1' = m_1 g - m_1 \cdot \alpha \Rightarrow T_1' = 16N$

Από τη σχέση (2) προκύπτει: $T_2' = m_2 g + m_2 \cdot \alpha \Rightarrow T_2' = 12N$

Ισορροπία της τροχαλίας μάζας M: $\Sigma F = 0 \Rightarrow T΄ = T_1' + T_2' + Mg \Rightarrow T' = 68N$

Ισορροπία της ράβδου: $\Sigma \tau_o = 0 \Rightarrow mg2d + m_\Gamma gd - T'd = 0 \Rightarrow m = 0,4kg$