ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΔΕΥΤΕΡΑ 17 ΜΑΪΟΥ 2010
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 93

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 87

Α3. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 140

Α4. **α)** Σωστό **β)** Λάθος **γ)** Σωστό **δ)** Λάθος **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. $$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{2\sqrt{x^2-x+1}-2}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{2\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)}{x-1}=$$
$$=\lim_{x\to1}\frac{2\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{2\left(x^2-x+1-1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$
$$=\lim_{x\to1}\frac{2\left(x^2-x\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{2x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{2x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=\frac{2}{2}=1$$

Β2. Έχουμε: $f'(x)=2\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$, $x\in\mathbb{R}$. Οπότε: $\lambda_\varepsilon=f'(0)=\dfrac{2\cdot0-1}{1}=-1$

Β3. Γνωρίζουμε ότι: $\lambda_\varepsilon=\varepsilon\varphi\omega\Leftrightarrow\varepsilon\varphi\omega=-1$, άρα $\omega=\dfrac{3\pi}{4}$, αφού $0\le\omega<\pi$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι πρώτη κλάση $[0,c)$, δεύτερη κλάση $[c,2c)$ και επειδή η κεντρική τιμή της δεύτερης κλάσης είναι 6 τότε: $\dfrac{c+2c}{2}=6\Leftrightarrow3c=12\Leftrightarrow c=4$

Γ2.

ΑΠΩΛΕΙΑ ΒΑΡΟΥΣ	x_i	v_i	$x_i\ v_i$	$x_i^2\ v_i$
[0 - 4)	2	20	40	80
[4 - 8)	6	40	240	1440
[8 - 12)	10	45	450	4500
[12 - 16)	14	30	420	5880
[16 - 20)	18	25	450	8100
ΣΥΝΟΛΟ		160	1600	20000

Οπότε : $\bar{x} = \dfrac{1600}{160} = 10\,\text{kgr}$, $s^2 = \dfrac{1}{v}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 v_i - \bar{x}^2 = \dfrac{1}{160}20000 - 100 = 125 - 100 = 25$

Άρα: $s = \sqrt{s^2} = 5\,\text{kgr}$

Γ3. $CV = \dfrac{s}{\bar{x}} = \dfrac{5}{10} = 0{,}5 > 0{,}1$, επομένως το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Γ4. $N(A) = \dfrac{v_2}{4} + v_3 + \dfrac{v_4}{2} = 10 + 45 + 15 = 70$. Επομένως $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{70}{160} = \dfrac{7}{16}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $f\,'(x) = \dfrac{1}{x - P(A)} - (x - P(A)) = \dfrac{1}{x - P(A)} - \dfrac{(x - P(A))^2}{x - P(A)} = \dfrac{1 - (x - P(A))^2}{x - P(A)}$

- $f\,'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - (x - P(A))^2 = 0 \Leftrightarrow (x - P(A))^2 = 1 \Leftrightarrow |x - P(A)| = 1 \overset{x>P(A)}{\Leftrightarrow}$
  $\overset{x>P(A)}{\Leftrightarrow} x - P(A) = 1 \Leftrightarrow x = 1 + P(A)$
- $f\,'(x) > 0 \Leftrightarrow (x - P(A))^2 < 1 \Leftrightarrow |x - P(A)| < 1 \overset{x>P(A)}{\Leftrightarrow} x - P(A) < 1 \Leftrightarrow x < 1 + P(A)$

➢ Η f είναι γν. αύξουσα στο $(P(A), 1 + P(A)]$ και γν. φθίνουσα στο $[1 + P(A), +\infty)$

➢ Έχει μέγιστο το $f(1 + P(A)) = -\dfrac{1}{2} + P(B)$

x	P(A)	1+P(A)	$+\infty$
f΄(x)	+	0	−
f(x)	↗	max	↘

Δ2. Έχουμε : $1 + P(A) = \dfrac{5}{3} \Leftrightarrow P(A) = \dfrac{5}{3} - 1 \Leftrightarrow P(A) = \dfrac{2}{3}$ και

$f(1 + P(A)) = 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} + P(B) = 0 \Leftrightarrow P(B) = \dfrac{1}{2}$

Δ3. Έχουμε :

$$P\left((A\cap B)'\right)=1-P(A\cap B)=1-P(A)-P(B)+P(A\cup B)=1-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=$$

$$=\frac{6}{6}-\frac{3}{6}-\frac{4}{6}+\frac{5}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

Δ4. Έχουμε :

$$P\left((A-B)\cup(B-A)\right)=P(A\cup B)-P(A\cap B)=2P(A\cup B)-P(A)-P(B)=$$

$$=2\frac{5}{6}-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=\frac{10}{6}-\frac{3}{6}-\frac{4}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$