

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΔΕΥΤΕΡΑ 18 ΜΑΪΟΥ 2009
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 150

B. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 65

Γ. α. Λάθος β. Σωστό γ. Λάθος δ. Σωστό ε. Σωστό

ΘΕΜΑ 2ο

α. Ισχύει $\bar{x} = 4$, οπότε :

$$\frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = 4 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 6 + 3 \cdot v_2 + 5 \cdot 3 + 8 \cdot 4}{6 + v_2 + 3 + 4} = 4 \Leftrightarrow \frac{12 + 3 \cdot v_2 + 15 + 32}{13 + v_2} = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3v_2 + 59 = 4(13 + v_2) \Leftrightarrow 3v_2 + 59 = 52 + 4v_2 \Leftrightarrow v_2 = 7$$

β. Είναι : $v = 6 + 7 + 3 + 4 = 20$, οπότε :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} \Leftrightarrow s^2 = \frac{(2-4)^2 \cdot 6 + (3-4)^2 \cdot 7 + (5-4)^2 \cdot 3 + (8-4)^2 \cdot 4}{20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s^2 = \frac{24 + 7 + 3 + 64}{20} \Leftrightarrow s^2 = \frac{98}{20} \Leftrightarrow s^2 = 4,9$$

γ. Είναι : $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{4,9}}{4} \approx \frac{2,2}{4} \approx 0,55 = 55\% > 10\%$, οπότε το δείγμα **δεν είναι ομογενές.**

ΘΕΜΑ 3ο

α. Είναι : $f'(x) = 3x^2 - 12x + \alpha$ και $f''(x) = 6x - 12$

$$\text{Ισχύει : } 2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2 \Leftrightarrow 2(6x - 12) + 3x^2 - 12x + \alpha + 15 = 3x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12x - 24 + 3x^2 - 12x + \alpha + 15 = 3x^2 \Leftrightarrow -24 + \alpha + 15 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 9$$

β. Για $\alpha=9$ η f' γίνεται : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$, οπότε :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 12x + 9}{x^2 - 1} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-3)}{x+1} = -3$$

γ. Έστω $\varepsilon_1: y = \lambda x + \beta$ η εφαπτομένη και $\varepsilon_2: y = -3x$

Αφού $\varepsilon_1/\varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda = -3$. Συνεπώς $f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 12x_0 + 9 = -3 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = -1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$$

Για $\alpha=9$ η f γίνεται : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 7$ και $f(x_0) = f(2) = 8 - 24 + 18 - 7 = -5$

Έχουμε λοιπόν ε_1 : $f(2) = f'(2) \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow -5 = -3 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$

Τελικά ε_1 : $y = -3x + 1$

ΘΕΜΑ 4ο

A. α. Είναι $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$, οπότε : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2$ και

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x < 2$$

- Στο $(0, 2]$ η f είναι γν. αύξουσα και
- στο $[2, +\infty)$ η f είναι γν. φθίνουσα.

β. Η f για $x=2$ παρουσιάζει μέγιστο το

$$f(2) = \ln 2 - \frac{2}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = \ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		max	

B. α. Έχουμε : $f(2) = \ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1$

$$f(4) = \ln 4 - \frac{4}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = 2\ln 2 - 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = 2\ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda$$

$$f(8) = \ln 8 - \frac{8}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = 3\ln 2 - 4 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = 3\ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda - 2$$

Ισχύει : $2 < 3 < 4 < 5 < 8$ και $f(2) > f(3) > f(4) > f(5) > f(8)$ διότι η f είναι γν. φθίνουσα στο $[2, +\infty)$. Δηλαδή έχουμε : $f(8) < f(5) < f(4) < f(3) < f(2)$

$$\text{Άρα : } R = f(2) - f(8) \Leftrightarrow R = \ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1 - 3\ln 2 - \lambda^2 + 6\lambda + 2 \Leftrightarrow R = 3 - 2\ln 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R = 3 + \ln 4^{-1} \Leftrightarrow R = 3 + \ln \frac{1}{4}$$

$$\text{Επίσης : } \delta = f(4) = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$$

β. Είναι: $R + \delta < -2 \Leftrightarrow 3 + \ln \frac{1}{4} + \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda < -2 \Leftrightarrow 3 - 2\ln 2 + 2\ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda < -2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - 6\lambda + 5 < 0 \Leftrightarrow (\lambda - 1)(\lambda - 5) < 0 \Leftrightarrow 1 < \lambda < 5$$

$$\text{Άρα : } A = \{2, 3, 4\} \text{ οπότε : } P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{100} = 3\%$$