

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2008
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 28
B. Ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής X ορίζεται από το λόγο: $CV = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}} = \frac{s}{\bar{x}}$ αν $\bar{x} > 0$

Αν $\bar{x} < 0$ τότε αντί της \bar{x} χρησιμοποιούμε την $|\bar{x}|$. Δηλαδή $CV = \frac{s}{|\bar{x}|}$

- Γ.** α. Λάθος β. Λάθος γ. Σωστό δ. Σωστό ε. Σωστό

ΘΕΜΑ 2ο

α. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x \frac{x-1}{e^x}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$

β. $f'(x) = \left(\frac{x-1}{e^x} \right)' = \frac{(x-1)' e^x - (x-1)(e^x)'}{e^{2x}} = \frac{e^x - (x-1)e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x - xe^x + e^x}{e^{2x}} = \frac{2e^x - xe^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(2-x)}{e^{2x}} = \frac{2-x}{e^x}$. Άρα: $e^x f'(x) = 2-x$

γ. Έχουμε: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{e^x} = 0 \Leftrightarrow 2-x = 0 \Leftrightarrow x = 2$, $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$\frac{1}{e^2}$ max	

Άρα η f παρουσιάζει στη θέση $x = 2$ ολικό μέγιστο το

$$f(2) = \frac{1}{e^2}$$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\bar{x}_A = \frac{20 + 26 + 24 + 22 + 18}{5} = \frac{110}{5} = 22$ χιλιάδες ώρες

$\bar{x}_B = \frac{26 + 32 + 19 + 20 + 23}{5} = \frac{120}{5} = 24$ χιλιάδες ώρες

β. Θεωρούμε $K_A = \frac{38}{22} = \frac{19}{11}$ € / χιλ. ώρες και $K_B = \frac{40}{24} = \frac{5}{3}$ € / χιλ. ώρες

το κόστος των μπαταριών τύπου Α, Β σε € / χιλιάδες ώρες ζωής.

Παρατηρούμε ότι: $K_A > K_B \Leftrightarrow \frac{19}{11} > \frac{5}{3} \Leftrightarrow 57 > 55$ που ισχύει και συνεπώς συμφέρει να αγοράσουμε την μπαταρία τύπου Β.

$$\gamma. s_A^2 = \frac{1}{5} \left[(20-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (18-22)^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{5} [4 + 16 + 4 + 0 + 16] = \frac{40}{5} = 8. \text{ Άρα: } s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$s_B^2 = \frac{1}{5} \left[(26-24)^2 + (32-24)^2 + (19-24)^2 + (20-24)^2 + (23-24)^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{5} [4 + 64 + 25 + 16 + 1] = \frac{110}{5} = 22. \text{ Άρα: } s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{22} = \sqrt{11}\sqrt{2}$$

$$\delta. CV_A = \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{2\sqrt{2}}{22} = \frac{\sqrt{2}}{11} \text{ και } CV_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{3,3 \cdot \sqrt{2}}{24}$$

Επειδή $CV_B > CV_A \Leftrightarrow \frac{3,3 \cdot \sqrt{2}}{24} > \frac{\sqrt{2}}{11} \Leftrightarrow 11 \cdot 3,3 > 24 \Leftrightarrow 36,3 > 24$ που ισχύει ο τύπος μπαταριών Α παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια.

ΘΕΜΑ 4ο

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα

Α: «Ένας κάτοικος της πόλης επιλέγει τυχαία να διαβάσει την εφημερίδα α.»

Β: «Ένας κάτοικος της πόλης επιλέγει τυχαία να διαβάσει την εφημερίδα β.»

$$\text{τότε } P(A) = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ και } P(A \cap B') = P(A - B) = \frac{30}{100} = 0,3$$

α. Έστω το ενδεχόμενο Κ: «Ένας κάτοικος της πόλης δεν διαβάζει την εφημερίδα α ή διαβάζει την εφημερίδα β», τότε $K = (A - B)' = A' \cup B$
 άρα $P(K) = 1 - P(A - B) = 1 - 0,3 = 0,7$

$$\beta. B \subseteq K, \text{ άρα } P(B) \leq P(K) \Leftrightarrow P(B) \leq \frac{7}{10}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,5 - 0,3 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,2$$

$$A \cap B \subseteq B \text{ άρα } P(A \cap B) \leq P(B) \Leftrightarrow P(B) \geq 0,2 \Leftrightarrow P(B) \geq \frac{1}{5}$$

$$\text{Άρα } \frac{1}{5} \leq P(B) \leq \frac{7}{10}$$

γ. Είναι: $f'(x) = 3x^2 - x + P(B)$ που είναι τριώνυμο με $\Delta = 1 - 12P(B)$.

Αλλά $P(B) \geq \frac{1}{5} > \frac{1}{12}$, δηλ. $P(B) > \frac{1}{12} \Leftrightarrow 1 - 12P(B) < 0 \Leftrightarrow \Delta < 0$, οπότε $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . Άρα η f δεν έχει ακρότατα.