ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2007
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 152, 5ος κανόνας πιθανοτήτων

Β. α. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 22

β. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 87

Γ1. α. Σ **β.** Σ **γ.** Λ

Γ2. $f_1'(x)=\nu x^{\nu-1}$, $f_2'(x)=\frac{1}{x}$, $x>0$, $f_3'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x>0$, $f_4'(x)=-\eta\mu x$

ΘΕΜΑ 2ο

α. Έστω η συνάρτηση $f(x)=xe^x+3$, $x\in \mathbb{R}$. Τότε ισχύει:

$f'(x)=e^x+xe^x=e^x+xe^x+3-3=f(x)+e^x-3$, $x\in\mathbb{R}$

β. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)-e^x}{x^2-x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+e^x-3-e^x}{x^2-x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-3}{x^2-x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{xe^x+3-3}{x^2-x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{xe^x}{x(x-1)}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x}{x-1}=\frac{e^0}{0-1}=-1$

ΘΕΜΑ 3ο

α. Γνωρίζουμε ότι:

$P(-1)+P(0)+P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)=1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(-1)+P(-1)+P(-1)+P(-1)+\frac{P(-1)}{2}+\frac{P(-1)}{2}+\frac{P(-1)}{2}=1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4P(-1)+3\frac{P(-1)}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{11\cdot P(-1)}{2}=1 \Leftrightarrow P(-1)=\frac{2}{11}$

οπότε $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=\frac{2}{11}$ και $P(3)=P(4)=P(5)=\frac{P(-1)}{2}=\frac{1}{11}$

β. Για να είναι $A\cap B=\{-1, 3\}$, πρέπει υποχρεωτικά το

$x^2-x-3=-1 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ ή $x=-1$ οπότε

- Για x=2 έχουμε A={1, 3, −1} και B={2, 3, 8, −3} οπότε $A\cap B=\{3\}$ και συνεπώς απορρίπτεται.
- Για x=−1 έχουμε A={1, 3, −1} και B={2, 0, −1, 3} οπότε $A\cap B=\{-1, 3\}$ και συνεπώς η τιμή x=−1 είναι δεκτή.

γ. Για x=−1 έχουμε A={1, 3, −1} και B={2, 0, −1, 3} οπότε

$P(A)=P(1)+P(3)+P(-1)=\frac{2}{11}+\frac{1}{11}+\frac{2}{11}=\frac{5}{11}$

$P(B)=P(2)+P(0)+P(-1)+P(3)=\frac{2}{11}+\frac{2}{11}+\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{7}{11}$

$P(A\cap B)=P(-1)+P(3)=\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{3}{11}$

Επίσης $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{5}{11}-\frac{3}{11}=\frac{2}{11}$

Από τον προσθετικό νόμο των πιθανοτήτων έχουμε:

$$P(A\cup B')=P(A)+P(B')-P(A\cap B')\Leftrightarrow P(A\cup B')=P(A)+1-P(B)-P(A-B)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(A\cup B')=\frac{5}{11}+1-\frac{7}{11}-\frac{2}{11}\Leftrightarrow P(A\cup B')=\frac{16}{11}-\frac{9}{11}\Leftrightarrow P(A\cup B')=\frac{7}{11}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α. Είναι: $\bar{x}_A=\frac{12+18+t_3+t_4+...+t_{25}}{25}=\frac{30+345}{25}=15$ και

$\bar{x}_B=\frac{16+14+t_3+t_4+...+t_{25}}{25}=\frac{30+345}{25}=15$. Άρα $\bar{x}_A=\bar{x}_B=15$

β. Είναι:
$$s_A^2-s_B^2=\frac{(12-15)^2+(18-15)^2+(t_3-15)^2+...+(t_{25}-15)^2}{25}-$$
$$-\frac{(16-15)^2+(14-15)^2+(t_3-15)^2+...+(t_{25}-15)^2}{25}=$$
$$=\frac{9+9+(t_3-15)^2+...+(t_{25}-15)^2-1-1-(t_3-15)^2-...-(t_{25}-15)^2}{25}=$$
$$=\frac{18-2}{25}=\frac{16}{25}$$

γ. Είναι: $CV_A=\frac{1}{15}\Leftrightarrow\frac{s_A}{\bar{x}_A}=\frac{1}{15}\Leftrightarrow s_A=1$, αφού $\bar{x}_A=15$

Από το ερώτημα (**β**) ισχύει $s_A^2-s_B^2=\frac{16}{25}\Leftrightarrow 1-s_B^2=\frac{16}{25}\Leftrightarrow s_B^2=\frac{25}{25}-\frac{16}{25}\Leftrightarrow s_B^2=\frac{9}{25}$

Άρα $s_B=\frac{3}{5}$ (αφού $s_B>0$) και τελικά $CV_B=\frac{s_B}{\bar{x}_B}=\frac{\frac{3}{5}}{15}=\frac{3}{75}=\frac{1}{25}$

Επιμέλεια απαντήσεων
Ευάγγελος Σακαρίκος
Μαθηματικός